

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЕГЭ-2011

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ

ЕГЭ 2011 г. по математике направлен на оценку уровня сформированности у выпускников математических компетенций, предусмотренных требованиями Федерального компонента государственных образовательных стандартов основного общего и среднего (полного) общего образования по математике. Варианты экзаменационных работ составлялись на основе кодификаторов элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников общеобразовательных учреждений для проведения в 2011 году ЕГЭ по математике, обеспечивающих проверку освоения выпускниками элементов содержания по курсу математики средней (полной) школы, умений и видов деятельности в соответствии с требованиями государственного образовательного стандарта.

Модель КИМ 2011 г. существенно не отличается от контрольных измерительных материалов 2010 г. по содержанию, технологии проведения и способам обработки результатов ЕГЭ.

Контрольные измерительные материалы единого государственного экзамена по математике в 2011 году соответствуют целям ЕГЭ:

- ✓ подтверждение наличия у выпускника базовых математических компетенций (т.е. получение участником экзамена не менее минимального количества баллов ЕГЭ);
- ✓ ранжирование выпускников при поступлении в образовательные учреждения среднего специального или высшего профессионального образования.

Достоверным источником информации о содержании и объеме материала, структуре и системе оценивания экзаменационной работы являются следующие документы:

- Кодификатор элементов содержания по математике для составления контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2011 г.;
- Кодификатор требований к уровню подготовки выпускников по математике для составления контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2011 г.;
- Спецификация контрольных измерительных материалов единого государственного экзамена 2011 г. по математике
- Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов для ЕГЭ 2011 года по математике.

Содержание и структура экзаменационной работы дают возможность достаточно полно проверить комплекс умений по предмету:

- ✓ использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- ✓ выполнять вычисления и преобразования;
- ✓ решать уравнения и неравенства;
- ✓ выполнять действия с функциями;
- ✓ выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- ✓ строить и исследовать математические модели.

Первая часть КИМ ЕГЭ 2011 года по математике формируется на основе заданий Открытого банка математических задач. Доступ к заданиям Открытого банка свободный. Главная задача открытого банка заданий ЕГЭ по математике — дать представление о том, какие задания будут в вариантах единого государственного экзамена по математике в 2011 году, и помочь выпускникам сориентироваться при подготовке к экзамену. Задания открытого банка помогут будущим выпускникам повторить (освоить) школьный курс математики, найти в своих знаниях слабые места и ликвидировать их до экзамена. Задачи В1–В12 представлены заданиями, покрывающими все требования Федерального компонента образовательного

стандарта, содержат все основные типы заданий базового уровня, представленные в школьном курсе математики.

ЕГЭ 2011 г. по математике ориентирован не только на контроль освоения элементов содержания курса, но и на проверку сформированности умений, навыков и видов деятельности, позволяющих применять полученные знания для решения познавательных проблем. На минимальном уровне вместо тривиальных и формализованных заданий по материалу старшей школы введены практико-ориентированные задания базового уровня сложности, а задания высокого уровня сложности были соотнесены с отечественными традициями вузовских экзаменационных испытаний и приближены к творческим задачам олимпиадного характера. Таким образом, повысилась точность измерения уровня подготовки выпускников с низким уровнем, получивших от 24 до 40 тестовых баллов (минимальный тестовый балл был равен 24), а также выпускников с высоким уровнем подготовки, получивших от 66 до 100 баллов и являющихся наиболее подготовленными для дальнейшего обучения в вузах.

В каждом из вариантов КИМ были представлены задания по всем основным содержательным блокам курса математики, а именно: «Алгебра. Уравнения и неравенства» – 6 заданий (за правильное выполнение этих заданий экзаменуемые могли получить максимум 12 первичных баллов), «Функции и начала математического анализа» – 3 задания (максимум – 6 первичных баллов), «Геометрия» – 5 заданий (максимум – 8 первичных баллов), «Практико-ориентированные задачи» – 4 задания (максимум – 4 первичных балла).

Задания В1–В12 предназначались для определения математической компетентности выпускников образовательных учреждений, реализующих программы среднего (полного) общего образования на базовом уровне.

Задания С1–С6 предназначались для определения математической компетентности выпускников образовательных учреждений, реализующих программы среднего (полного) общего образования на профильном уровне и для дифференциации по уровню подготовки будущих студентов вузов.

Задания С1–С4 относились к повышенному уровню сложности, а задания С5, С6 – к высокому уровню сложности.

Система оценивания

Правильное решение каждого из заданий В1-В12 части 1 оценивается 1 баллом. Задания части 2 оцениваются от 2 до 4 баллов. Полное правильное решение каждого из заданий С1 и С2 оценивается 2 баллами, каждого из заданий С3 и С4 – 3 баллами, каждого из заданий С5 и С6 – 4 баллами.

Максимально возможный балл за всю работу – 30.

Количество первичных баллов ЕГЭ, подтверждающее освоение выпускниками основной общеобразовательной программы по математике среднего (полного) общего образования 2006- 2011 годы

Таблица 1

2011 год	2010 год	2009 год	2008 год	2007 год	2006 год
Не меньше 4	Не меньше 3	Не меньше 4	Не меньше 6	Не меньше 7	Не меньше 6

Из таблицы 1 видно, что требования к получению положительного результата повысились на 1 балл – 4 и более первичных баллов.

Общий план КИМ по математике 2011 года

Таблица 2

Задания	Контролируемая деятельность	Элемент содержания
ЧАСТЬ 1		
В1	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Решение текстовой задачи
В2	Уметь использовать приобретенные знания и	«Чтение» графика функции

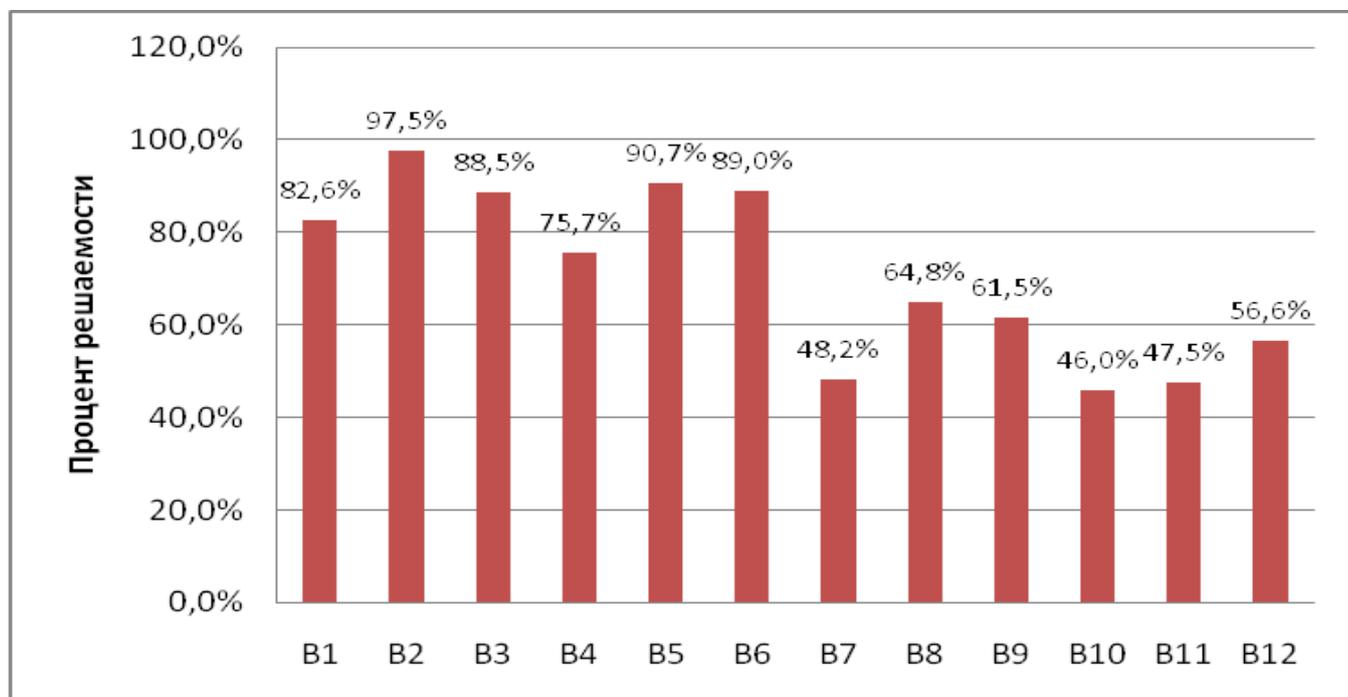
	умения в практической деятельности и повседневной жизни	
B3	Уметь решать уравнения и неравенства	Решение иррационального уравнения
B4	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Решение задачи на вычисление углов треугольника
B5	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Решение текстовой задачи с использованием табличной информации
B6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Нахождение площади четырехугольника по рисунку на клетчатой бумаге
B7	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Нахождение значения тригонометрического выражения
B8	Уметь выполнять действия с функциями	Геометрический смысл производной функции
B9	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Решение простейшей стереометрической задачи на вычисление объема прямоугольного параллелепипеда
B10	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Решение текстовой задачи с применением формул
B11	Уметь выполнять действия с функциями	Нахождение наибольшего или наименьшего значения функции на отрезке
B12	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Решение текстовой задачи на «движение»
ЧАСТЬ 2		
C1	Уметь решать уравнения и неравенства	Решение комбинированного уравнения
C2	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Решение стереометрической задачи на нахождение расстояния от точки до прямой
C3	Уметь решать уравнения и неравенства	Решение логарифмического неравенства
C4	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Решение планиметрической задачи
C5	Уметь решать уравнения и неравенства	Решение системы уравнений с параметром
C6	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Решение задачи на свойства целых чисел

Результаты выполнения заданий части В участниками ЕГЭ

Таблица 3

№	Контролируемые элементы	Процент выполнения в 2011 году	Процент выполнения в 2010 году
B1	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	82,6%	82,6%

B2	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	97,5%	93,1%
B3	Уметь решать уравнения и неравенства	88,5%	80,4%
B4	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	75,7%	69,8%
B5	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	90,7%	81,8%
B6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	89,0%	90%
B7	Уметь выполнять вычисления и преобразования	48,2%	54,2%
B8	Уметь выполнять действия с функциями	64,8%	41,8%
B9	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	61,5%	46,6%
B10	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	46,0%	48,8%
B11	Уметь выполнять действия с функциями	47,5%	44,3%
B12	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	56,6%	40,7%



Из таблицы 3 и диаграммы видно, что с заданиями базового уровня (B1-B12), характеризующими достижение обязательных требований стандарта, в 2011 г. справились от 46% до 97,5% участников ЕГЭ. 707 человек (16%) сделали все задания первой части правильно, это лучше чем в прошлом году (467 человек). 10 человек не сделали ни одного задания 1 части, получив 0 баллов.

Анализ данных, приведенных в таблице и диаграмме, показывает, что задания В1–В12 по результатам их выполнения оказались разбитыми на две группы. В первой группе задания В1–В6, процент выполнения которых приближается к 80% или выше, а во второй группе – задания В7–В12 – аналогичный процент близок или немного выше 60%.

Процент выполнения практико-ориентированных задач (В1, В2, В5) от 82,5% до 97,6%, что говорит о том, что выпускники умеют применять знания по математике для решения такого типа задач. Несомненно, без надежного освоения умения решать подобного рода базовые задачи бессмысленно проверять знание свойств логарифмов, тригонометрических тождеств и т.п. Отметим, что задание В5 было выполнено наиболее успешно (90,7%), несмотря на то, что его условие приблизительно в два раза длиннее задания В1 и содержит таблицу данных. К сожалению, лишь 46% участников смогли решить еще одну практико-ориентированную задачу В10. Скорее всего, это связано с тем, что для ее решения необходимо было составить и решить показательное уравнение. Следует отметить положительную динамику решаемости геометрических задач В4, В9. В целом, характеризуя результаты выполнения заданий В7–В11, отметим, что их выполнили от 46% до 65% участников экзамена. Именно эти задания опираются на знания, полученные при изучении математики в 10-11 классах. Таким образом, следует констатировать, что почти половина выпускников общеобразовательной школы не усваивает материал последних двух лет обучения.

Проанализируем результаты выполнения заданий части В экзаменационной работы по четырем обобщенным содержательным блокам: «Алгебра», «Функции и начала математического анализа», «Геометрия», «Практико-ориентированные задачи».

К блоку «Алгебра» относятся задания В3, В7, В12.

К блоку «Геометрия» относятся задания В4, В6, В9.

К блоку «Функции и начала математического анализа» относятся задания В8, В11.

К блоку «Практико-ориентированные задачи» относятся задания В1, В2, В5, В10.

Результаты выполнения заданий части В экзаменационной работы по четырем обобщенным содержательным блокам участниками ЕГЭ

Таблица 4

Первичный балл	Алгебра	Геометрия	Функции и начала математического анализа	Практико-ориентированные задачи
0	7%	5%	26%	0,3%
1	26%	16%	36%	2,5%
2	32%	27%	38%	16%
3	36%	52%		43%
4				39%

Анализируя данные таблицы, видно, что для всех участников ЕГЭ наибольший вклад внесли практико-ориентированные задания В1, В2, В5 и В10. 39% от общего числа экзаменуемых решили все 4 практико-ориентированные задачи, 43% экзаменуемых – 3 задачи, и при этом лишь 17 человек не решили ни одной задачи этого блока. Таким образом, усиленная работа с данным типом заданий позволила участникам не только сдать экзамен, но и освоить общематематические навыки, необходимые в практических жизненных ситуациях. Отметим, что у выпускников наблюдается качественный рост уровня знаний по геометрии. Половина экзаменуемых получили 3 первичных балла за выполнение заданий по геометрии, т.е. были решены все геометрические задания В4, В6 и В9 правильно. 93% экзаменуемых решили более 1 задачи по алгебре, при этом две трети верно решили 2 или 3 задачи. Хуже

всего усвоен курс «Функции и начала математического анализа». Почти треть участников экзамена не справилась с решениями заданий В8 и В11. 38% выпускников верно решили обе задачи из части В.

Рассмотрим результаты выполнения экзаменационной работы отдельными группами участников ЕГЭ.

Стабильно низкий уровень обученности показывают выпускники вечерних (сменных) общеобразовательных учреждений, что привело к общему снижению результатов ЕГЭ выпускников отдельных муниципальных районов. Интересно проанализировать, какие содержательные блоки хуже усваиваются выпускниками вечерних (сменных) общеобразовательных учреждений. В таблице 5 приведены результаты решаемости заданий части В выпускниками общеобразовательных учреждений и вечерних (сменных) общеобразовательных учреждений.

Таблица 5

	В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
Процент решаемости выпускниками общеобразовательных учреждений (без В(с)ОУ)	84%	98%	93%	80%	93%	93%	54%	71%	67%	52%	53%	61%
Процент решаемости выпускниками вечерних (сменных) общеобразовательных учреждений	76%	96%	65%	48%	79%	72%	14%	29%	26%	6%	8%	30%

Данные, приведенные в таблице 5, показывают, что при решении практико-ориентированных заданий В1, В2, В5 результаты выполнения выпускниками этих видов образовательных учреждений незначительно отличаются. Однако почти в два раза меньше выпускников вечерних (сменных) общеобразовательных учреждений справляются с геометрическими задачами В4, В9 и текстовой задачей В12. Практически не умеют решать задания В11 (исследование функции) и В10 (практико-ориентированная задача с физическим содержанием).

Результаты выполнения заданий Части В экзаменационной работы по четырём обобщенным содержательным блокам выпускниками вечерних (сменных) общеобразовательных учреждений

Таблица 6

<i>Первичный балл</i>	<i>Алгебра</i>	<i>Геометрия</i>	<i>Функции и начала математического анализа</i>	<i>Практико-ориентированные задачи</i>
0	27%	17%	67%	2%
1	43%	38%	29%	6%
2	25%	25%	4%	30%
3	5%	19%		56%
4				6%

Анализируя данные таблицы 6, видно, что для выпускников вечерних школ весомый вклад внесли практико-ориентированные задания В1, В2, В5 и В10. 56% от общего числа экзаменуемых решили 3 практико-ориентированные задачи, по понятным причинам четвертая задача с физическим содержанием оказалась трудной. Почти треть экзаменуемых решили 2 задачи. Таким образом, для получения положительного результата большинство выпускников

решали задачи из блока «Алгебра» (73% экзаменуемых получили ненулевой результат) и блока «Геометрия» (82% получили хотя бы один первичный балл). 67% выпускников не усвоили курс «Функции и начала математического анализа».

Результаты выполнения заданий Части В экзаменационной работы по четырем обобщенным содержательным блокам выпускниками общеобразовательных учреждений (без учета вечерних (сменных) общеобразовательных учреждений)

Таблица 7

Первичный балл	Алгебра	Геометрия	Функции и начала математического анализа	Практико-ориентированные задачи
0	4%	2%	19%	0,2%
1	24%	13%	37%	1,8%
2	33%	27%	44%	13%
3	39%	58%		41%
4				44%

Почти все выпускники (99,8%) общеобразовательных учреждений умеют применять знания по математике к решению задач, реально приближенным к жизненным ситуациям. 44% школьников решили все задачи содержательного блока «Практико-ориентированные задачи» правильно. Несколько неожиданным является успешное решение выпускниками школ задач по геометрии: 98% выпускников получили за их выполнение ненулевой балл, причем максимальный балл получили 58% школьников. Худшие результаты выпускники показали при выполнении заданий по содержательному блоку «Функции и начала математического анализа». Однако на количественном уровне имеются серьезные отличия от выпускников вечерних школ. А именно, 44% участников экзамена верно решили обе задачи, но каждый пятый не справился ни одной задачей из этого блока. Достаточно хорошие показатели выпускники продемонстрировали при выполнении заданий по блоку «Алгебра». 96% школьников решили хотя бы одну алгебраическую задачу.

Сравним результаты выполнения заданий части В выпускниками сельских и городских общеобразовательных учреждений (без учета В(с)ОУ).

Таблица 8

	В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
Процент решаемости выпускниками сельских общеобразовательных учреждений (без В(с)ОУ)	80%	98%	92%	77%	91%	92%	47%	71%	67%	51%	52%	56%
Процент решаемости выпускниками городских общеобразовательных учреждений (без В(с)ОУ)	85%	98%	93%	81%	93%	93%	55%	71%	67%	52%	54%	62%

Анализируя данные таблицы 8, видно, что значительных отличий в результатах выполнения заданий выпускниками сельских и городских общеобразовательных учреждений не наблюдается.

Рассмотрим группу участников ЕГЭ, не преодолевших минимальный порог, их оказалось 149 человек (3,3%). Все они не смогли преодолеть минимальную границу в 4 первичные балла.

Таблица 9

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12
Процент решаемости группой участников ЕГЭ, не преодолевших минимальный порог	47%	74%	10%	8%	37%	21%	1%	8%	2%	1%	1%	6%

Из таблицы 9 видно, что в основном эта группа экзаменуемых решала задания B1-B6 и практически не смогла выполнить задания B7-B12. Другими словами, на этой выборке данных ясно проступает тенденция к разделению части В на две группы заданий B1-B6 и B7-B12. Результаты выполнения заданий Части В экзаменационной работы по четырем обобщенным содержательным блокам участниками ЕГЭ, не преодолевшими минимальный порог, представлены в таблице:

Таблица 10

<i>Первичный балл</i>	<i>Алгебра</i>	<i>Геометрия</i>	<i>Функции и начала математического анализа</i>	<i>Практико-ориентированные задачи</i>
0	84%	71%	91%	11%
1	15%	29%	8%	29%
2	0,6%	0,6%	0%	50%
3	0%	0%		10%
4				0%

Анализ данных, показывает, что за выполнение заданий по разделу «Функции и начала математического анализа» только 8% выпускников из данной группы набрали 1 балл, и никто не набрал более 1 балла. Таким образом, у слабых выпускников наблюдается тотальное незнание данного раздела курса старшей школы. Аналогичные результаты эта группа выпускников продемонстрировала при выполнении заданий по разделу «Алгебра»: 15% набрали 1 балл, 84% экзаменуемых не справились ни с одной задачей блока «Алгебра». Вывод очевиден: учебный предмет «Алгебра и начала математического анализа» оказался не освоенным этой группой участников экзамена. Вероятно, они не имели необходимой для изучения данного курса стартовой математической подготовки, поэтому их обучение алгебре и началам анализа было нерезультативным. Несколько лучше ситуация с выполнением заданий по разделу «Геометрия». Почти треть (29%) участников экзамена смогли верно решить хотя бы одну задачу, и только 1 человек решил две геометрические задачи. Наилучшие результаты эта группа продемонстрировала при решении практико-ориентированных задач. Половина участников экзамена решили 2 задачи такого типа, и треть участников (29%) решили 1 задачу. Никто не смог решить все четыре задачи этого блока. Тем самым, именно практико-ориентированные задачи, ставшие неотъемлемой частью КИМ ЕГЭ в 2011 г., оказались наиболее востребованными группой неудовлетворительно подготовленных выпускников.

Рассмотрим группу экзаменуемых, получивших 24 балла, таких оказалось 263 человека. Результаты выполнения заданий части В участниками экзамена, набравшими минимальный порог 24 балла, представлены в таблицах 11 и 12:

Таблица 11

B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10	B11	B12
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

61%	94%	46%	22%	74%	59%	2%	13%	9%	3%	2%	14%
-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----	----	----	----	-----

Таблица 12

Первичный балл	Алгебра	Геометрия	Функции и начала математического анализа	Практико-ориентированные задачи
0	39%	24%	86%	0%
1	57%	62%	13%	10%
2	2%	14%	1%	48%
3	0%	0%		41%
4				1%

Из таблиц 11 и 12 видно, что именно практико-ориентированные задачи в наибольшей мере помогли участникам этой группы справиться с преодолением минимального порога. 41% экзаменуемых получили 3 балла за решение этих задач, еще 1 балл они получили за выполнение или геометрической задачи (скорее всего это В6) или алгебраической задачи (скорее всего это В3). Анализ решаемости заданий показал, что из тех, кто решил задачу В2, задачу В1 решило только 57 участников. Так же оказалось, что среди участников, справившихся с задачей В1, лишь 12 человек не справляется с заданием В2. Вероятно, это объясняется тем, что задачи относятся к разным типам: задача В2 относится к «зрительно-образным задачам», а задача В1 – к «логически-счетным». Для наиболее слабых участников ЕГЭ преобладание одного из видов мышления затрудняет решение заданий «несвойственного» типа.

АНАЛИЗ СОДЕРЖАНИЯ ЗАДАНИЙ ЧАСТИ В

ЗАДАНИЕ В1

Тип задания:

Задание на умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

Характеристика задания:

Задание, моделирующее реальную жизненную ситуацию.

Примеры из КИМ-2011:

- ✓ Сырок стоит 4 рубля 50 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 70 рублей?
- ✓ В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1100 листов. Какое наибольшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 7 недель?

Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году – 82,5%, в 2010 году – 82,5%.

Задача проверяет адекватность восприятия практико-ориентированных задач, изложенных неформализованным текстовым способом. Для решения задачи достаточно уметь выполнять арифметические действия, делать прикидку и оценку. Причиной ошибок является неумение старшеклассников прочитать условия задачи и правильно их понять и интерпретировать. Большинство ошибок связано с неправильной трактовкой условий. Как видно из приведенных данных, в целом выпускники показали достаточно хорошие результаты. Вместе с тем, в решении даже самых простых задач допускает ошибки каждый пятый участник экзамена.

ЗАДАНИЕ В2

Тип задания:

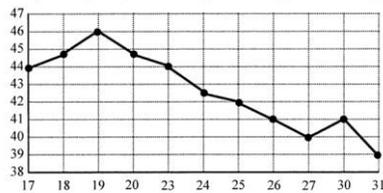
Задание на чтение графика функции.

Характеристика задания:

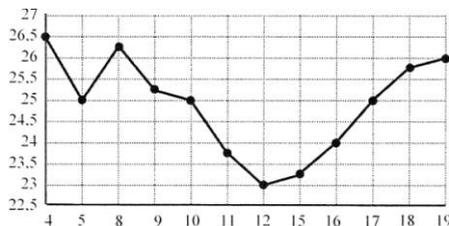
Задание, моделирующее реальную жизненную ситуацию. График характеризует изменение в зависимости от времени некоторой величины (температуры, стоимости акций и т.д.)

Примеры из КИМ-2011:

- ✓ На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 17 по 31 августа 2004г. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена барреля нефти в долларах США. Определите наибольшую цену нефти на момент закрытия торгов в указанный период.



- ✓ На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 4 по 19 апреля 2002г. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена барреля нефти в долларах США. Определите по рисунку, какого числа цена нефти на момент закрытия торгов составила 24 доллара за баррель.



Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году – 97,6%, в 2010 году – 93 %.

Задача, позволяющая оценить уровень сформированности умения считывать и анализировать графическую информацию. Задачи такого типа делятся на две четко разграниченных группы: в первой требуется найти точку оси абсцисс, ответив на вопрос, «какого числа значение величины было равно данному значению», во второй – найти наибольшее или наименьшее значение некоторой величины, т.е. точку оси ординат. Вероятно, часть ошибочных ответов обусловлена невнимательностью: перепутаны наибольшее и наименьшее значения или вместо числа месяца в ответ указывается значение, которого величина достигла в указанную дату.

ЗАДАНИЕ В3

Тип задания:

Уравнение базового уровня.

Характеристика задания:

Решение несложного показательного, логарифмического или иррационального уравнения.

Примеры из КИМ-2011:

- ✓ Найдите корень уравнения

$$\sqrt{46 - 5x} = 4$$

- ✓ Найдите корень уравнения

$$\sqrt{51 - 2x} = 5$$

Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году - 88,6%, в 2010 году – 80%.

Уравнение сводится в одно действие к линейному уравнению. Неправильные ответы связаны в основном с арифметическими ошибками, ошибками при решении линейного

уравнения или незнанием метода решения такого типа уравнений (возведение обеих частей уравнения в квадрат). Как видно из приведенных данных, в целом выпускники показали достаточно хорошие результаты, причем сравнивая результаты выполнения за два года, можно отметить, что лучше выпускники решают иррациональные уравнения, чем показательные.

Кроме того, умение решать квадратные, показательные уравнения позволяли опосредованно проверить задания базового уровня сложности В10, В11, В12.

ЗАДАНИЕ В4

Тип задания:

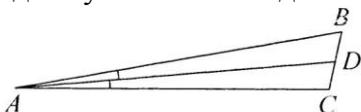
Задание на вычисление углов треугольника.

Характеристика задания:

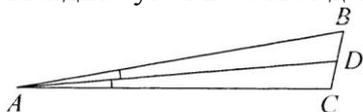
Задача по готовому чертежу, связанная с применением теоремы о сумме углов треугольника и понятием биссектрисы угла треугольника.

Примеры из КИМ-2011:

- ✓ В треугольнике ABC AD – биссектриса, угол C равен 106° , угол CAD равен 3° .
Найдите угол B. Ответ дайте в градусах



- ✓ В треугольнике ABC AD – биссектриса, угол C равен 102° , угол CAD равен 5° .
Найдите угол B. Ответ дайте в градусах



Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году – 75,8%, в 2010 году – 70 %.

Задача направлена на оценку способности экзаменуемых ориентироваться в простейших наглядных геометрических конструкциях.

ЗАДАНИЕ В5

Тип задания:

Задание на анализ практической ситуации.

Характеристика задания:

Несложная текстовая задача с табличными данными на оптимальное решение, моделирующая реальную ситуацию.

Примеры из КИМ-2011:

- ✓ В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трех городах России (по данным на начало 2010 года)

Наименование продукта	Новосибирск	Омск	Барнаул
Пшеничный хлеб (батон)	15	16	12
Молоко (1 литр)	25	24	25
Картофель (1 кг)	17	16	16
Сыр (1 кг)	255	260	260
Мясо (говядина, 1 кг)	300	295	300
Подсолнечное масло (1 литр)	50	50	50

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешевым следующий набор продуктов: 2 батона пшеничного хлеба, 1 л молока, 1 л подсолнечного масла. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

- ✓ В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трех городах России (по данным на начало 2010 года)

Наименование продукта	Тверь	Липецк	Барнаул
Пшеничный хлеб (батон)	11	14	12
Молоко (1 литр)	26	23	25
Картофель (1 кг)	9	13	16
Сыр (1 кг)	240	215	260
Мясо (говядина, 1 кг)	280	240	300
Подсолнечное масло (1 литр)	38	44	50

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешевым следующий набор продуктов: 1 кг сыра, 1 л молока, 5 кг картофеля. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году - 90,7%, в 2010 году – 82%.

Чтобы решить задачу, достаточно вычислить стоимость указанного набора продуктов в каждом городе и сравнить. Значительно лучше справились выпускники этого года с решением такого типа задач.

ЗАДАНИЕ В6

Тип задания:

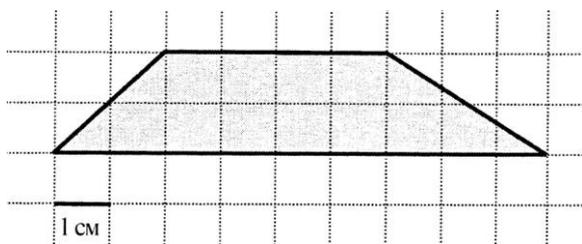
Вычисление площади плоской фигуры.

Характеристика задания:

Задание на вычисление площади трапеции, изображенной на клетчатой бумаге со стороной клетки 1.

Примеры из КИМ-2011:

Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см x 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году - 89%, в 2010 году – 90%.

Площадь искомой фигуры может быть найдена по известной формуле. Можно решить задачу, разбив фигуру на части, вычисление площадей которых не представляет труда или, заметив, что фигура сама является частью другой фигуры.

ЗАДАНИЕ В7

Тип задания:

Задание на вычисление значения числового или буквенного выражения.

Характеристика задания:

Задача на нахождение значения тригонометрической функции.

Примеры из КИМ-2011:

- ✓ Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$ и $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$
- ✓ Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$ и $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году – 48,2% , в 2010 году – 54,2 %.

Наибольшие проблемы вероятно в незнании формул тригонометрии и в определении знака функции в данной четверти. Результат этого года несколько хуже, скорее всего это связано с тем, что в прошлом году необходимо было выполнить тождественные

преобразования логарифмических выражений, а в этом – нахождение значения тригонометрической функции. Тема «Тригонометрия» по-прежнему является трудной для усвоения большинством экзаменуемых.

ЗАДАНИЕ В8

Тип задания:

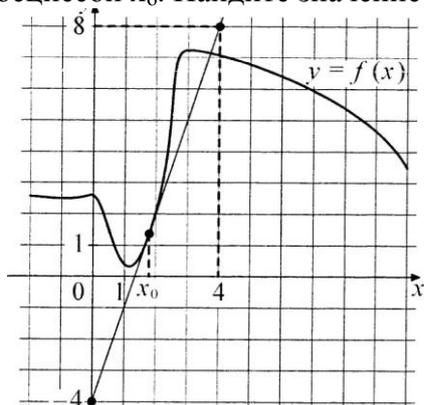
Задание на вычисление производной.

Характеристика задания:

Традиционная задача для ЕГЭ на вычисление производной по данным приводимого в условии рисунка, представляющего собой, изображенные на клетчатой бумаге графика функции и касательной к нему.

Примеры из КИМ-2011:

На рисунке изображены график функции и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в этой точке x_0 .



Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году – 64,8%, в 2010 году – 42 %.

Заметно лучше стали показатели выполнения этого задания в этом году. Решение задачи состоит в вычислении углового коэффициента касательной или тангенса угла, который касательная образует с положительным направлением оси абсцисс. Для этого достаточно найти отрезок касательной с концами в вершинах клеток, считая его гипотенузой прямоугольного треугольника, найти отношение катетов. Ошибки связаны с непониманием геометрического смысла производной или в определении знака, в зависимости от вида угла.

Другое решение: составить уравнение касательной по двум точкам и найти угловой коэффициент прямой.

ЗАДАНИЕ В9

Тип задания:

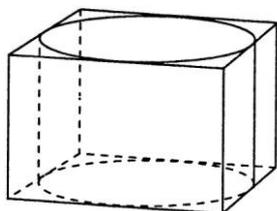
Задание на вычисление площадей или объемов многогранников и тел вращения, в том числе вписанных или описанных около других многогранников или тел вращения.

Характеристика задания:

Задача на нахождение объема прямоугольного параллелепипеда, описанного около цилиндра.

Примеры из КИМ-2011:

Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 2. Найдите объем параллелепипеда.



Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году - 61,5%, в 2010 году – 46,6 %.

Для решения задачи достаточно знать формулу объема прямоугольного параллелепипеда. Ошибки связаны с недостаточным знанием фактов планиметрии (например, с тем, что окружность можно вписать только в квадрат). Больше половины экзаменуемых справились с решением стереометрической задачи, что лучше, чем в прошлом году.

ЗАДАНИЕ В10

Тип задания:

Задание на анализ практической ситуации, сводящееся к решению уравнения или неравенства.

Характеристика задания:

Текстовое задание, моделирующее реальную ситуацию анализ физического процесса.

Примеры из КИМ-2011:

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) – начальная масса изотопа, t (мин) – время, прошедшее от начального момента, T (мин) – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 150$ мг. Период его полураспада $T = 5$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 37,5 мг?

Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году - 46%, в 2010 году – 49 %.

Сравнительно несложная задача физического содержания, сводящаяся к подстановке данных числовых значений величин в формулу и решению показательного уравнения. Многие выпускники не приступают к решению, так как иногда просто пугаются физических формул и не могут проанализировать условие задачи. Основные проблемы в решении: трудности с вычислениями (действия с десятичными дробями) и неумение решать показательное уравнение. Необходимо учителям обратить внимание на усиление внутрипредметных и межпредметных связей в математике как необходимого условия для выполнения такого типа практико-ориентированных заданий.

ЗАДАНИЕ В11

Тип задания:

Задание на исследование функции с помощью производной.

Характеристика задания:

Задание на нахождение наибольшего (наименьшего) значения функции на отрезке.

Примеры из КИМ-2011:

- ✓ Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 4x^2 + 4x + 7$ на отрезке $[1; 4]$

- ✓ Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - x^2 - 5x + 14$ на отрезке $[-5; 1]$

Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году – 47,5%, в 2010 году – 44 %.

Классическая задача темы «Производная функции» оказалась самой «не решаемой» задачей части В. Больше половины участников ЕГЭ испытывают трудности при решении такого типа задач или не приступают к их решению.

Основные ошибки: неуверенное владение алгоритмом вычисления наибольшего (наименьшего) значения функции на заданном отрезке, дифференцирование многочлена, решение квадратного уравнения, технические вычисления.

ЗАДАНИЕ В12

Тип задания:

Задача на составление уравнения.

Характеристика задания:

Традиционная текстовая задача на «движение», сводящаяся к составлению и решению дробно-рационального уравнения.

Примеры из КИМ-2011:

Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Известно, что за час мотоциклист проезжает на 30 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 1,5 часа позже мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году - 56,6%, в 2010 году – 41 %.

Наибольшие трудности: в составлении уравнения по условию задачи, неумении решать дробно-рациональное уравнение и вычислительные ошибки. В этом году выпускники справились лучше, чем в прошлом. Скорее всего это связано в тем, что в прошлом году предлагалась задача на «движение по воде».

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ ПОВЫШЕННОГО И ВЫСОКОГО УРОВНЕЙ СЛОЖНОСТИ (ЧАСТЬ С)

Все задания части С в определенной степени проверяли математическую компетентность школьников, поскольку для их выполнения требовалось не только воспроизведение изученного, но и анализ относительно новой ситуации и самостоятельный поиск способа решения проблемы, которая была поставлена перед выпускником.

К выполнению заданий с развёрнутым ответом приступили почти половина участников ЕГЭ. Как видно из таблицы, диапазон выполнения заданий повышенного и высокого уровня сложности всеми участниками ЕГЭ от 0,07% до 16 %. Задания с развернутым ответом обладают высокой диагностической и дифференцирующей способностью и позволяют выявить сформированность умений комплексного использования знаний. Только один выпускник МОУ «Университетский лицей» смог выполнить верно все задания части С. Таким образом, эти задания успешно выполняли функцию дифференциации выпускников по уровню их подготовки.

Решаемость заданий части С участниками ЕГЭ

Таблица 13

№	Уровень	Контролируемые элементы	Процент выполнения в 2011 году	Процент выполнения в 2010 году
C1	П	Умение решать комбинированное уравнения	16%	16,4%
C2	П	Умение решать стереометрическую задачу	7%	2,9%
C3	П	Умение решать логарифмическое неравенство	1,3%	1,1%
C4	П	Умение решать планиметрическую задачу	0,9%	0,2%
C5	В	Умение решать задание с параметром	1,5%	0,2%
C6	В	Умение строить и исследовать простейшие математические модели	0,07%	0,2%

Таблица 14

C1		C2		C3			C4		
1 балл	2 балла	1 балл	2 балла	1 балл	2 балла	3 балла	1балл	2 балла	3 балла
18%	16%	3%	7%	13%	0,9%	1,3%	1,3%	0,8%	0,9%

C5				C6			
1 балл	2 балла	3 балла	4 балла	1 балл	2 балла	3 балла	4 балла

1,7%	1,3%	0,3%	1,5%	1,5%	0,5%	0,06%	0,07%
------	------	------	------	------	------	-------	-------

Во всех задачах части С от выпускника требуется умение преобразовать условие задания, самостоятельно сформулировать ограничения на переменные, подобрать из арсенала известных методов решения адекватный полученной математической модели, применить его и оценить результат с учётом ограничений. При этом необходимо привести логически грамотную и аргументированную цепочку рассуждений, как правило, приводящую к стандартным приёмам и методам. Анализируя данные таблицы 14, можно сделать вывод, что треть часть участников экзамена получила ненулевые первичные баллы за решение задания С1. Все остальные задания были части С вызывают у большинства экзаменуемых трудности, и их могут решать практически только выпускники математических классов. Рассмотрим результаты выполнения заданий части С выпускниками инновационных общеобразовательных учреждений, представленные в таблице 15.

Таблица 15

С1		С2		С3			С4		
1 балл	2 балла	1 балл	2 балла	1 балл	2 балла	3 балла	1 балл	2 балла	3 балла
23,8%	30%	6,2%	18%	24,1%	2%	4%	4%	3,1%	3,1%

С5				С6			
1 балл	2 балла	3 балла	4 балла	1 балл	2 балла	3 балла	4 балла
4,3%	4,3%	1,3%	5,6%	4,9%	1,7%	0,2%	0,2%

Обращает на себя внимание заметный рост по сравнению с общими результатами выполнения заданий части С: больше половины выпускников набрали хотя бы один первичный балл за решение задания С1, каждый четвертый выпускник набрал не менее 1 первичного балла за решение С2, т.е. продемонстрировали умение записывать развернутые решения геометрических задач. Резкое падение процента выполнения заданий по геометрии (почти в 6 раз) происходит при переходе от относительно простой стереометрической задачи С2 к сложной планиметрической задаче С4. Аналогичная ситуация наблюдается и с результатами выполнения заданий по алгебре: с решением задания С3 справляются в 3 раза больше выпускников, чем с заданием С5. Задание С6 посылно оказалось только трем выпускникам. Таким образом, решение заданий повышенного и высокого уровня сложности вызывают трудности практически у всех выпускников.

Рассмотрим содержание заданий части С:

ЗАДАНИЕ С1

Тип задания:

Уравнение или система уравнений повышенного уровня сложности.

Характеристика задания:

Решение комбинированного уравнения (тригонометрическо-иррационального или тригонометрическо-логарифмического)

Примеры из КИМ-2011:

✓ Решите уравнение

$$(6\sin^2 x + 5 \sin x - 4)\sqrt{-7\cos x} = 0$$

✓ Решите уравнение

$$(4\sin^2 x - 4 \sin x - 3)\log_{13}(\cos x) = 0$$

Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году - 16% , в 2010 году – 16,4%.

1 балл получили 843 чел., 2 балла – 714 чел.

Решение этого задания по силам большинству хорошо успевающих по математике выпускников. Как правило, уравнение требует замены переменной, позволяющей свести уравнение к квадратному уравнению и отбор корней, обусловленных ограниченностью новой переменной или областью допустимых значений переменной. Обращает на себя внимание тот факт, что за выполнение задания С1 ненулевые баллы получили 34% участников экзамена. Это неплохой результат. Но, в то же время, лишь 22% выпускников набрали более 12 первичных баллов. Следовательно, значительное количество участников, полностью или частично решая сложные задачи, ошибались в более простых задачах. Это обстоятельство в дальнейшем следует учесть учителям при подготовке к ЕГЭ, ориентируя выпускников на серьезный подход к выполнению заданий первой части и тщательную проверку своих вычислений.

Основные ошибки:

- неумение решать тригонометрические уравнения с заменой переменной;
- незнание формул для решения простейших тригонометрических уравнений;
- незнание свойств ограниченности синуса и косинуса;
- неумение решать логарифмические уравнения;
- неумение отбирать решения уравнения с помощью тригонометрической окружности.

ЗАДАНИЕ С2

Тип задания:

Стереометрическая задача повышенного уровня сложности.

Характеристика задания:

Стереометрическая задача на вычисление расстояния от точки до прямой в правильной шестиугольной призме.

Примеры из КИМ-2011:

- ✓ В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ стороны основания которой равны 3, а боковые ребра равны 4, найдите расстояние от точки В до прямой $D_1 C_1$
- ✓ В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки В до прямой $D_1 C_1$

Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году – 7%, в 2010 году – 2,9%.

1 балл получили 137 чел., 2 балла – 314 чел.

Задание С2 являлось стереометрической задачей. При составлении КИМ ЕГЭ 2011 г. стереометрическая задача рассматривалась как посильная для большинства успевающих выпускников. За выполнение стереометрической задачи С2 ненулевой балл получили 10% участников экзамена. Так как, в соответствии с критериями проверки и оценки заданий с развернутым ответом, 1 балл выставлялся за верно описанную стереометрическую конфигурацию, получение 1 балла 3% участников свидетельствует о недостаточном уровне вычислительной техники у выпускников. Но надо заметить, что с этой задачей справилось в 2 раза больше выпускников, чем в прошлом. Следовательно, учителя и сами выпускники стали уделять больше внимания к решению геометрических задач.

Основные ошибки:

- неумение построить отрезок, который будет являться расстоянием от точки до прямой;
- ошибки в определении видов треугольников;
- в решении прямоугольного треугольника;
- вычислительные ошибки.

ЗАДАНИЕ С3

Тип задания:

Неравенство, повышенного уровня сложности.

Характеристика задания:

Решение неравенства, содержащего степени, дроби, корни, логарифмы.

Примеры из КИМ-2011:

- ✓ Решите неравенство

$$7 \log_{11}(x^2 - 2x - 8) \leq 8 + \log_{11} \frac{(x+2)^7}{x-4}$$

- ✓ Решите неравенство

$$9 \log_7(x^2 + x - 2) \leq 10 + \log_7 \frac{(x-1)^9}{x+2}$$

Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году - 1,3%, в 2010 году – 1,1 %.

1 балл получили 579 чел., 2 балла – 43 чел., 3 балла – 58 чел.

Достаточно низкими оказались результаты выполнения этого задания. Этот результат косвенно свидетельствует о недостаточном уровне освоения выпускниками темы «Логарифмы». В то же время, крайне малое количество участников экзамена, получивших за выполнение задания С3 более высокие баллы, показывает, что недостатки в подготовке связаны с базовыми умениями: решение рациональных неравенств, ОДЗ неравенств, логарифмические преобразования и т.п.

Основные ошибки:

- неумение выполнять тождественные преобразования логарифмических выражений;
- неумение разложить квадратный трехчлен на множители;
- не определили ОДЗ;
- неумение решать логарифмические неравенства;
- вычислительные ошибки.

ЗАДАНИЕ С4

Тип задания:

Планиметрическая задача повышенного уровня сложности.

Характеристика задания:

Задача на вычисление площадей фигур.

Типичные примеры из КИМ-2011:

- ✓ Прямая, перпендикулярная гипотенузе прямоугольного треугольника с катетами 6 и 8, отсекает от него четырехугольник, в который можно вписать окружность. Найдите площадь этого четырехугольника.
- ✓ Прямая, перпендикулярная боковой стороне равнобедренного треугольника, отсекает от него четырехугольник, в который можно вписать окружность. Найдите радиус окружности, если отрезок прямой, заключенный внутри треугольника, равен 6, а

отношение боковой стороны треугольника к его основанию равно $\frac{5}{6}$.

Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году - 0,9%, в 2010 году – 0,2%.

1 балл получили 61 чел., 2 балла – 39 чел., 3 балла – 40 чел.

Задача не очень проста, так как необходимо было рассмотреть два случая. При любом подходе к решению этой задачи от выпускника требовалось понимание реализуемости различных геометрических конфигураций и умение вычислять стандартные элементы в заданном треугольнике. Как в любой геометрической, и особенно, достаточно сложной геометрической задаче очень важным являлся вопрос о степени и характере обоснованности утверждений и построений. Достаточным являлось наличие ясного понимания возможности разных геометрических конфигураций искомых объектов, верного описания этих конфигураций и грамотно проведенных вычислений. Такое решение получало максимальную

оценку – 3 балла. Если была рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, для которой было получено правильное значение искомой величины, то выпускник получал 2 балла, а если в таком решении была допущена арифметическая ошибка, то задание оценивалось в 1 балл, в других случаях – 0 баллов. Трудность решения заключалось еще и в том, что требовалось применить теоретические сведения о взаимном расположении окружности, вписанной в треугольник и четырехугольник. Многие экзаменуемые просто не знают ключевых теорем, без которых решение невозможно.

Основные ошибки:

- анализ только одной конфигурации;
- незнание свойств касательных и четырехугольника, описанного около окружности;
- вычислительные ошибки.

ЗАДАНИЕ С5

Тип задания:

Задача с параметром высокого уровня сложности.

Характеристика задания:

Задача на решение системы уравнений с параметром.

Пример из КИМ-2011:

Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система имеет единственное решение

Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система имеет единственное решение

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 4 \\ (x - 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году – 1,5%, в 2010 году – 0,2%.

1 балл получили 77 чел., 2 балла – 61 чел., 3 балла – 16 чел., 4 балла – 68 чел.

Задача с параметром требует уверенного владения материалом и применение нескольких свойств и теорем. Это задание является одним из самых сложных заданий ЕГЭ. Для успешного решения этой задачи важно свободно оперировать с изученными определениями, свойствами, применять их в различных ситуациях, анализировать условие и находить возможные пути решения. Важно уметь решать такие задачи и аналитическим и графическим способом. Надо отметить, что в это году в 7 раз больше выпускников получили за это задание максимальный балл. Из 68 человек, получивших 4 балла, 19 чел. – выпускники МОУ «Университетский лицей», 17 чел. – выпускники МОУ «Лицей №1», 9 чел. – МОУ «Державинский лицей», 7 чел. – выпускники МОУ «Лицей №40» (Петрозаводский ГО). Очевидно, что это выпускники математических классов, имеющих достаточный опыт решения задач с параметрами.

Приведем решение типичного задания.

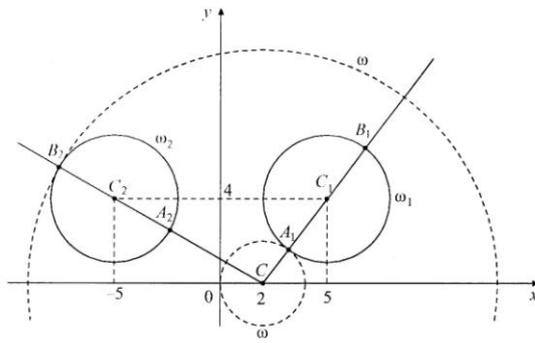
Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система имеет единственное решение

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9 \\ (x - 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

Решение:

Если $x \geq 0$, то уравнение $(|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9$ задает окружность ω_1 с центром в точке

$C_1(5;4)$ радиуса 3, а если $x < 0$, то оно задает окружность ω_2 с центром в точке $C_2(-5;4)$ радиуса 3. (см. рисунок)



При положительных значениях параметра a уравнение $(x - 2)^2 + y^2 = a^2$ задает окружность ω с центром в точке $C(2;0)$ радиуса a . Поэтому задача состоит в том, чтобы найти все значения параметра a , при каждом из которых окружность ω имеет единственную точку с объединением окружностей ω_1 и ω_2 .

Из точки C проведем луч CC_1 и обозначим A_1 и B_1 точки его пересечения с окружностью ω_1 ,

где A_1 лежит между C и C_1 . Так как $CC_1 = \sqrt{(5 - 2)^2 + 4^2} = 5$, то $CA_1 = 5 - 3 = 2$, $CB_1 = 5 + 3 = 8$

Если $a < CA_1$ или $a > CB_1$ окружности ω и ω_1 не пересекаются.

Если $CA_1 < a < CB_1$ окружности ω и ω_1 имеют две общие точки.

Если $a = CA_1$ или $a = CB_1$ окружности ω и ω_1 касаются.

Из точки C проведем луч CC_2 и обозначим A_2 и B_2 точки его пересечения с окружностью ω_2 , где A_2 лежит между C и C_2 .

Так как $CC_2 = \sqrt{(-5 - 2)^2 + 4^2} = \sqrt{65}$, то $CA_2 = \sqrt{65} - 3$, $CB_2 = \sqrt{65} + 3$.

Если $a < CA_2$ или $a > CB_2$ окружности ω и ω_2 не пересекаются.

Если $CA_2 < a < CB_2$ окружности ω и ω_2 имеют две общие точки.

Если $a = CA_2$ или $a = CB_2$ окружности ω и ω_2 касаются.

Исходная система имеет единственное решение тогда и только тогда, когда окружность ω касается ровно одной из двух окружностей ω_1 и ω_2 и не пересекается с другой. Значит этому условию удовлетворяют только числа $a = 2$ и $a = \sqrt{65} + 3$.

Ответ: $2; \sqrt{65} + 3$

Основные ошибки:

- неумение проанализировать различные способы пересечения окружностей;
- незнание построения графика уравнения окружности с учетом, что переменная находится под знаком модуля;
- вычислительные ошибки.

ЗАДАНИЕ С6

Тип задания:

Задание на свойства целых чисел.

Характеристика задания:

Задача, связанная со свойствами целых чисел, логическим перебором, нахождением среднего арифметического чисел, наибольших и наименьших значений выражений в целых числах.

Пример из КИМ-2011:

На доске написано более 42, но менее 56 целых чисел. Среднее арифметическое всех этих чисел равно 4, среднее арифметическое всех положительных чисел из них равно 14, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -7 .

а) сколько чисел написано на доске?

б) каких чисел больше: положительных или отрицательных?

в) какое наибольшее количество отрицательных чисел может быть среди них?

Статистика и краткий анализ выполнения задания:

Средний процент правильных ответов в 2011 году - 0,07% , в 2010 году – 0,2%.

1 балл получили 67 чел., 2 балла – 21 чел., 3 балла – 3 чел., 4 балла – 3 чел.

Задание С6 высокого уровня сложности было составлено таким образом, что, с одной стороны, тематически оно вполне было доступно всем участникам экзамена, а с другой стороны, для его решения требовалась не столько формальная математическая образованность (знание терминов, формул, правил, готовых алгоритмов), сколько общая математическая культура, т.е. сформированная привычка самостоятельно ориентироваться в математической ситуации, строить и исследовать простые математические модели. Это задание олимпиадное, рассчитанное на сильных выпускников, претендующих на поступление в вузы с высокими требованиями к математической подготовке. Значительный процент участников экзамена не приступали к решению данной задачи.

Приведем решение типичного задания.

На доске написано более 45, но менее 55 целых чисел. Среднее арифметическое всех этих чисел равно 3, среднее арифметическое всех положительных чисел их них равно 10, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно – 5.

а) сколько чисел написано на доске?

б) каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

в) какое наибольшее количество отрицательных чисел может быть среди них?

Решение:

Пусть среди написанных чисел: а положительных, в отрицательных и с нулей.

Сумма набора равна количеству чисел в этом наборе, умноженному на его среднее арифметическое, поэтому $10a - 5v + 0c = 3(a + v + c)$.

а) Заметим, что в левой части каждое слагаемое делится на 5, поэтому $a + v + c$ – количество целых чисел – делится на 5. По условию $45 < a + v + c < 55$,

Поэтому, $a + v + c = 50$. Таким образом, написано 50 чисел.

б) Приведем равенство $10a - 5v + 0c = 3(a + v + c)$ к виду $7a = 8v + 3c$. Так как $c \geq 0$, получаем, что $7a \geq 8v$, откуда $a > v$. Следовательно, положительных чисел больше, чем отрицательных.

в) Приведем пример, когда отрицательных чисел ровно 22.

Пусть на доске 26 раз написано число 10, и 22 раза написано число -5 и два раза

написан 0. Тогда $\frac{10 \cdot 26 - 5 \cdot 22}{50} = \frac{260 - 110}{50} = 3$, указанный набор удовлетворяет всем условиям задачи.

Ответ: а) 50, б) положительных чисел, в) 22.

Основные ошибки:

- непонимание логики задачи;
- не учитывали, что в этом ряду чисел находятся нули;
- вычислительные ошибки.

ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

1. 96,7% участников ЕГЭ справились с экзаменом по математике.
2. Результаты ЕГЭ 2011г. показали, что около 65% участников экзамена в основном овладевают всеми контролируруемыми элементами содержания на базовом уровне. Лишь 11% участников ЕГЭ демонстрируют уровень подготовки, позволяющий обеспечить успешность обучения в вузе (набрали от 66 до 100 баллов).
3. Показатели результативности ЕГЭ выпускников сельских образовательных учреждений почти не отличаются от результатов выпускников городских общеобразовательных учреждений. Но выпускники, которые получили наивысшие баллы за экзамен,

являются представителями инновационных образовательных учреждений или городских школ.

4. Выпускники общеобразовательных учреждений демонстрируют хорошие результаты выполнения заданий по содержательным блокам «Практико-ориентированные задачи», «Геометрия», «Алгебра» Однако 20% выпускников испытывают затруднения в решении задач из блока «Функции и начала математического анализа». Отмечаемые из года в год одни и те же проблемы, свидетельствуют о недостаточном внимании, уделяемом формированию умения исследования функций при изучении курса алгебры и начал анализа. Сохраняются проблемы с заданиями на производную и её приложения, с исследованием функции на наибольшее – наименьшее значение функции на отрезке.