**Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ - 2016 в Республике Карелия по математике (профильный уровень)**

**Назначение контрольных измерительных материалов**

Единый государственный экзамен (ЕГЭ) представляет собой форму объективной оценки качества подготовки лиц, освоивших образовательные программы среднего общего образования, с использованием заданий стандартизированной формы (контрольных измерительных материалов). ЕГЭ проводится в соответствии с Федеральным законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации». Контрольные измерительные материалы (КИМ) позволяют установить уровень освоения выпускниками Федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования.

В этом году, как и в 2015 году, выделены два направления в требованиях к результатам математического образования, ориентированные на различные образовательные запросы обучающихся. Экзамен по математике проходил на двух уровнях требований (базовый и профильный). Для различных целевых групп ЕГЭ предлагает различные контрольные измерительные материалы, более точно отвечающие выбранному направлению образовательной траектории учащегося, уровню его подготовки.

ЕГЭ профильного уровня создан на основе экзаменационной модели государственного экзамена 2014 года и проверяет умение выполнять вычисления и преобразования, решать уравнения и неравенства, выполнять действия с функциями, с геометрическими фигурами, строить и исследовать математические модели. Результаты профильного ЕГЭ по математике оцениваются в стобалльной системе и могут быть представлены абитуриентом на конкурс для поступления в вуз. Результаты единого государственного экзамена по математике (профильный уровень) признаются общеобразовательными организациями, в которых реализуются образовательные программы среднего (полного) общего образования, как результаты государственной итоговой аттестации, а образовательными организациями высшего профессионального образования — как результаты вступительных испытаний по математике.

**Документы, определяющие содержание контрольных измерительных материалов**

Содержание экзаменационной работы определяется на основе Федерального компонента государственного стандарта основного общего и среднего (полного) общего образования (приказ Минобразования России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении Федерального компонента государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

**Подходы к отбору содержания, разработке структуры контрольных измерительных материалов**

Представленная модель экзаменационной работы по математике (кодификаторы элементов содержания и требований для составления КИМ, демонстрационный вариант, система оценивания экзаменационной работы) сохраняет преемственность с экзаменационной моделью прошлых лет в тематике, примерном содержании и уровне сложности заданий. Однако по сравнению с моделью 2015 г. имеются изменения. В целях оптимизации структуры варианта в условиях перехода к двухуровневому экзамену из первой части исключены два задания: задание практико-ориентированной направленности базового уровня сложности и задание по стереометрии повышенного уровня сложности. Максимальный первичный балл уменьшился с 34 до 32 баллов.

Выполнение заданий части 1 экзаменационной работы (задания 1–8) свидетельствует о наличии общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания этой части проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. В часть 1 работы включены задания по всем основным разделам курса математики: геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика. В целях эффективного отбора выпускников для продолжения образования в высших учебных заведениях с различными требованиями к уровню математической подготовки абитуриентов задания части 2 работы проверяют знания на том уровне требований, который традиционно предъявляется вузами с профильным экзаменом по математике. Последние три задания части 2 предназначены для конкурсного отбора в вузы с повышенными требованиями к математической подготовке абитуриентов. Сохранена успешно зарекомендовавшая себя в 2010–2015 гг. система оценивания заданий с развернутым ответом. Эта система, продолжившая традиции выпускных и вступительных экзаменов по математике, основывается на следующих принципах:

1. возможны различные способы решения и способы записи развернутого решения. Главное требование — решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. В остальном (метод решения, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения. При этом оценивается продвижение выпускника в решении задачи, а не недочеты по сравнению с «эталонным» решением;
2. при решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

Настоящая модель экзаменационной работы разработана в следующих предположениях:

1. варианты ЕГЭ формируются на основе и с использованием открытого банка заданий по математике,
2. допускается проведение экзамена, как по данной модели, так и по варианту КИМ базового уровня.

Тексты заданий предлагаемой модели экзаменационной работы в целом соответствуют формулировкам, принятым в учебниках и учебных пособиях, включенных в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых Министерством образования и науки РФ к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего и среднего общего образования.

**Структура контрольных измерительных материалов ЕГЭ**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий:

— часть 1 содержит 8 заданий (задания 1–8) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;

— часть 2 содержит 4 задания (задания 9–12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и 7 заданий (задания 13–19) с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Задания части 1 направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях. Посредством заданий части 2 осуществляется проверка освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне. По уровню сложности задания распределяются следующим образом: задания 1–8 имеют базовый уровень; задания 9–17 — повышенный уровень; задания 18 и 19 относятся к высокому уровню сложности. Задания части 1 предназначены для определения математических компетентностей выпускников образовательных организаций, реализующих программы среднего (полного) общего образования на базовом уровне. Задание с кратким ответом (1–12) считается выполненным, если в бланке ответов № 1 зафиксирован верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Задания 13–19 с развернутым ответом, в числе которых 5 заданий повышенного и 2 задания высокого уровней сложности, предназначены для более точной дифференциации абитуриентов вузов. При выполнении заданий с развернутым ответом части 2 экзаменационной работы в бланке ответов № 2 должны быть записаны полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи. В таблице 1 приведено распределение заданий по частям экзаменационной работы.

**Распределение заданий по частям экзаменационной работы**

Таблица 1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Часть работы | Количество заданий | Максимальныйпервичный балл | Процент максимального первичного балла за выполнение заданий данной части от максимального первичного балла за всю работу, равного 32 | Тип заданий |
| Часть 1 | 8 | 8 | 25 % | С кратким ответом |
| Часть 2 | 11 | 24 | 75 % | С кратким ответом и с развернутым ответом |
| *Итого* | *19* | *32* | *100 %* |  |

**Система оценивания заданий контрольных измерительных материалов**

Правильное решение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Решения заданий с развернутым ответом оцениваются от 0 до 4 баллов. Полное правильное решение каждого из заданий 13, 14 и 15 оценивается 2 баллами; каждого из заданий 16 и 17 — 3 баллами; каждого из заданий 18 и 19 — 4 баллами.

Проверка выполнения заданий 13–19 проводится экспертами на основе разработанной системы критериев оценивания. По результатам проверок два эксперта *независимо* друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. В случае существенного расхождения в баллах, выставленных экспертами, назначается третья проверка (Порядок проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования. Приказ Минобрнауки России от 26.12.2013 № 1400 зарегистрирован Минюстом России 03.02.2014 № 31205):

1. Работа участника ЕГЭ направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 и более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ЕГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений хотя бы в двух из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт перепроверяет ответы на все задания работы.

Максимальный первичный балл за всю работу — 32. Баллы для поступления в вузы подсчитываются по 100-балльной шкале на основе анализа результатов выполнения всех заданий экзаменационной работы.

**Общие результаты**

В едином государственном экзамене по математике (профильный уровень) в 2016 году принимали участие 1741человек. Этот показатель уменьшился на 484 человека по сравнению с 2015 годом.

**Количество участников по категориям**

**1635**

**чел.**

**Общее количество участников ЕГЭ по предмету (профильный уровень)**

**85 чел.**

**1635**

**чел.**

**21**

**чел.**

**Общее количество выпускников 2016 г., обучавшихся по программам СПО и сдававших ЕГЭ по математике (профильный уровень)**

**Общее количество выпускников прошлых лет, сдававших ЕГЭ по математике (профильный уровень)**

**Общее количество выпускников общеобразовательных организаций 2016 года, сдававших ЕГЭ по математике (профильный уровень)**

**Количество участников по типам образовательных организаций**

**1635**

**чел.**

**Общее количество выпускников общеобразовательных организаций 2016 года, сдававших ЕГЭ по математике (профильный уровень)**

**173 чел.**

**1040 чел.**

**Общее количество выпускников СОШ с углубленным изучением отдельных предметов, сдававших ЕГЭ по математике (профильный уровень)**

**Общее количество выпускников средних общеобразовательных школ, сдававших ЕГЭ по математике (профильный уровень)**

**420 чел.**

**2 чел.**

**Общее количество выпускников лицеев и гимназий, сдававших ЕГЭ по математике (профильный уровень)**

**Общее количество выпускников вечерних (сменных) общеобразовательных школ, сдававших ЕГЭ по математике (профильный уровень)**

На диаграмме 1 приведено общее распределение баллов, набранных участниками экзамена.

Диаграмма 1

Анализируя данные, представленные на диаграмме 1, можно сделать вывод, о том, что большое число экзаменующихся (621 человек, что составляет 36 % от выполнявших работу) набрали баллы в диапазоне от 27 до 45 за счет выполнения заданий базового уровня сложности. Один человек получил 0 баллов, не выполнив правильно ни одного задания. На высоком уровне (от 81 до 100 баллов) сдали экзамен 63 участника ЕГЭ (3,65 %), в том числе 1 человек набрал максимально возможные 100 баллов. В 2015 году доля участников ЕГЭ, сдавших экзамен на высоком уровне, была вдвое меньше, а набравших 100 баллов не было.

Проанализируем результаты выполнения работы, разделив всех участников на четыре группы в соответствии с уровнем подготовки (таблица 2, диаграмма 2), и сравним эти результаты с соответствующими данными 2015 года (диаграмма 3).

**Соответствие набранных тестовых баллов уровням подготовки участников ЕГЭ**

Таблица 2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номергруппы | Тестовыйбалл | Уровень подготовки | Процентучастников ЕГЭ |
| I | от 0 до 26 | **Низкий**(участники ЕГЭ, не преодолевшие планируемый порог) | 15,6% (269 чел.) |
| II | от 27 до 68 | **Базовый**(участники ЕГЭ, успешно освоившие курс математики на базовом уровне, но не имеющие достаточной подготовки для успешного продолжения образования по специальностям, требующим повышенного и высокого уровня математической компетентности) | 62,8% (1086 чел.) |
| III | от 70 до 80 | **Повышенный**(участники ЕГЭ, успешно освоившие курс математики и имеющие достаточный уровень математической подготовки для продолжения образования по большинству специальностей, требующих повышенного уровня математической компетентности) | 17,9% (310 чел.) |
| IV | от 82 до 100 | **Высокий**участники ЕГЭ, имеющие уровень подготовки, достаточный для продолжения обучения с самыми высокими требованиями к уровню математической компетентности | 3,7% (63 чел.) |

**Распределение участников экзамена по уровням подготовки**

Диаграмма 2

**Сравнительная диаграмма распределения участников экзамена**

**по уровням подготовки**

Диаграмма 3

Диаграмма 3 демонстрирует увеличение доли участников ЕГЭ, имеющих повышенный и высокий уровни подготовки, причем доля выпускников с высоким уровнем подготовки (от 81 до 100 тестовых баллов) возросла в 2,5 раза. Доля участников ЕГЭ с низким уровнем подготовки осталась примерно на уровне 2015 года.

Участников профильного экзамена по математике в 2016 году (1741 человек) можно классифицировать по следующим категориям:

* 1635 выпускников 2016 года, обучавшихся по программам среднего общего образования (СОО),
* 21 выпускник 2016 года, обучавшийся по программам среднего профессионального образования (СПО),
* 85 выпускников прошлых лет.

**Распределение участников экзамена по количеству набранных баллов**

**в зависимости от категории (в %)**

Диаграмма 4

Наибольшая доля участников (71,4%), набравших балл ниже минимального, зафиксирована в группе участников ЕГЭ, обучавшихся по программам среднего профессионального образования. Более половины (52,9%) выпускников прошлых лет и примерно седьмая часть (13,6%) выпускников средних общеобразовательных организаций нынешнего года также не преодолели минимальный порог в 27 баллов. Среди участников ЕГЭ 2016 года, обучавшихся по программам среднего профессионального образования, никто не смог набрать более 60 баллов (рис. 5).

Выпускников 2016 года, обучавшихся по программам среднего общего образования (1635 человек), можно разделить на следующие группы:

* выпускники средних общеобразовательных школ (1040 человек),
* выпускники средних общеобразовательных школ с углубленным изучением отдельных предметов (173 человека),
* выпускники лицеев и гимназий (420 человек),
* выпускники вечерних (сменных) общеобразовательных школ (2 человека).

Анализ данных, представленных на диаграмме 5, позволяет констатировать, что выпускники лицеев и гимназий значительно лучше справились с выполнением профильного экзамена, чем выпускники общеобразовательных школ.

**Распределение участников экзамена по числу набранных баллов**

**в зависимости от типа образовательной организации (в %)**

Диаграмма 5

Так, 51% выпускников лицеев и гимназий набрали более 60 тестовых баллов; 1 ученик набрал максимальные 100 баллов. Среди выпускников средних общеобразовательных школ набравшие более 60 баллов составляют только 29%; среди выпускников средних общеобразовательных школ с углубленным изучением отдельных предметов этот показатель равен 40%. Два выпускника вечерних (сменных) общеобразовательных школ не преодолели минимальные порог (27 баллов).

В целом динамика результатов единого государственного экзамена по математике (профильный уровень) в сравнении с 2015 годом показана на диаграмме 6.

Диаграмма 6

Как свидетельствует диаграмма 7, увеличилось количество участников экзамена, набравших более 80 баллов, но в то же время увеличилось количество тех, кто не набрал 27 баллов.

Рассмотрим далее содержание контрольных измерительных материалов и умения участников профильного экзамена по математике, проверяемые в каждом задании.

**Общий план контрольно-измерительных материалов по математике (профильный уровень) 2016 года**

Таблица 3

| № | Проверяемые требования (умения) | Элемент содержания |
| --- | --- | --- |
| ***Часть 1*** |
| 1 | Умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни  | Решение текстовой задачи  |
| 2 | Умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни  | «Чтение» диаграммы  |
| 3 | Умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами  | Решение задачи на вычисление площади треугольника, изображенного на клетчатой бумаге |
| 4 | Умение строить и исследовать простейшие математические модели | Решение задачи на вычисление вероятности события |
| 5 | Умение решать простейшие уравнения | Решение простейшего иррационального уравнения |
| 6 | Умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами  | Решение задачи по теме «Вписанные окружности» |
| 7 | Умение выполнять действия с функциями | Нахождение точки, в которой касательная к графику функции параллельна заданной прямой, по графику производной функции |
| 8 | Умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами  | Решение задачи на вычисление объема многогранника |
| ***Часть 2*** |
| 9 | Умение выполнять вычисления и преобразования | Нахождение значения логарифмического выражения |
| 10 | Умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни  | Решение текстовой задачи с применением формул |
| 11 | Умение строить и исследовать простейшие математические модели  | Решение текстовой задачи «на проценты» |
| 12 | Умение выполнять действия с функциями | Нахождение точки минимума функции |
| 13 | Умение решать уравнения и неравенства  | Решение логарифмического уравнения с отбором корней, принадлежащих заданному отрезку |
| 14 | Умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами  | Решение стереометрической задачи на доказательство и нахождение расстояния от точки до плоскости  |
| 15 | Умение решать уравнения и неравенства  | Решение дробно-показательного неравенства |
| 16 | Умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами  | Решение сложной планиметрической задачи |
| 17 | Умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | Решение экономической задачи |
| 18 | Умение решать уравнения и неравенства  | Решение иррационального уравнения с параметром |
| 19 | Умение строить и исследовать простейшие математические модели  | Решение задачи на свойства целых чисел |

При анализе результатов ЕГЭ интерес представляет такой показатель как успешность участников единого государственного экзамена в выполнении конкретных заданий.

**Решаемость заданий контрольно-измерительных материалов ЕГЭ-2016**

**по математике в сравнении с "коридором" ожидаемой решаемости**

Диаграмма 7

Процент выполнения большей части заданий участниками ЕГЭ (10 заданий из 19) попадает в «коридор» ожидаемой решаемости. Задания 1, 2, 5, 9 и 10 выполнены большей частью экзаменующихся, чем предполагается; задания 7, 8 базового уровня сложности, 14 и 16 повышенного уровня выполнены меньшим числом выпускников (диаграмма 7).

Разработчики КИМ считают, что элемент содержания усвоен участниками ЕГЭ на базовом уровне, если с соответствующим заданием справляются не менее 65% участников экзамена. К сожалению, данный уровень усвоения (65%) не достигнут для некоторых заданий базового уровня (рис. 9), а именно заданий, проверяющих умения:

* выполнять действия с функциями;
* выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами.

**Результаты выполнения заданий ЕГЭ по математике**

Диаграмма 8

Высокие показатели успешности продемонстрированы участниками ЕГЭ при решении первых пяти заданий базового уровня — выше 79%, что свидетельствует о сформированности у экзаменующихся базовых математических компетенций за курс математики основной и средней общеобразовательной школы. Эти задания проверяли умения использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни; выполнять действия с геометрическими фигурами; исследовать простейшие математические модели; решать уравнения. Задания этого блока включали в себя следующее предметное содержание: действия с целыми числами; табличное и графическое представление данных — чтение диаграммы и применение математических методов для решения содержательных задач из практики; вычисление площади треугольника, параллелограмма, трапеции; вычисление вероятности события; решение показательных, логарифмических, иррациональных, рациональных уравнений.

Успешность выполнения заданий базового уровня сложности составляет 42,4% – 94,6%. В целом по сравнению с 2015 годом отмечается прогресс при решении заданий базового уровня (нижняя граница данного промежутка поднялась с 26,8% в 2015 году до 42,4% в 2016 г., верхняя граница находится примерно на том же уровне — 95,3% и 94,6% соответственно). Возрос процент участников ЕГЭ (с 26,8% до 46,7%), успешно справившихся с решением стереометрической задачи базового уровня сложности. По-прежнему значительные трудности вызывает базовое задание по математическому анализу.

Успешность выполнения заданий второй части с повышенным уровнем сложности составляет 1,3–61,3 % (в 2015 году — 19,2–60,2 %). Наилучшие показатели при вычислении значений выражений, решении текстовых задач с применением формул и на «смеси/проценты». Значительные трудности вызвали задания: на применение стереометрии при решении практических задач (2,3%) и решение сложной планиметрической задачи (1,3%). Успешность выполнения заданий этого блока свидетельствует о том, что около трети экзаменующихся хорошо овладели программой по математике основной и старшей школы и готовы к продолжению обучения в организациях высшего образования.

К повышенному уровню относятся следующие задания:

задание 9 — нахождение значения логарифмического выражения (58,4%);

задание 10 — решение текстовой задачи с применением формул (61,3%);

задание 11 — решение текстовой задачи на «смеси» (42,2%);

задание 12 — нахождение точки минимума/максимума функции (36,4%);

задание 13 — решение логарифмического/тригонометрического уравнения с отбором корней (33,3%);

задание 14 — решение стереометрической задачи (2,3%);

задание 15 — решение дробно-показательного неравенства (17,2%);

задание 16 — решение сложной планиметрической задачи (1,3%);

задание 17 — решение текстовой задачи экономического содержания (11,8%).

К заданиям высокого уровня относятся задания 18 и 19 — задача с параметром и задание на умение строить и исследовать математические модели. Эти задания в 2016 г. выполнены выпускниками несколько лучше: 0,3% и 0,6% соответственно против 0,2% и 0,04% в 2015 году.

**Распределение заданий по содержательным блокам**

В соответствии со структурой школьного курса математики и с указанными выше целями экзамена задания КИМ условно делятся на содержательные блоки: алгебра, геометрия, начала математического анализа, уравнения и неравенства, функции, элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

**Число заданий в содержательных блоках и их первичный балл**

Таблица 4

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Содержательныеблоки по кодификатору ЭС | Числозаданий | Максимальныйпервичный балл | Процент максимальногопервичного балла за задания данного блока содержанияот максимального первичного балла за всю работу, равного 32 |
| Алгебра | 4 | 9 | 28,1 |
| Уравнения и неравенства | 5 | 10 | 31,2 |
| Функции | 2 | 2 | 6,3 |
| Начала математического анализа | 2 | 2 | 6,3 |
| Геометрия | 5 | 8 | 25,0 |
| Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей | 1 | 1 | 3,1 |
| **Итого** | **19** | **32** | **100** |

Первая часть КИМ ЕГЭ по математике формируется на основе заданий Открытого банка математических задач. Доступ к заданиям Открытого банка свободный. Наличие в Интернете открытого банка заданий КИМ ЕГЭ по математике позволяет включать задания банка в текущий учебный процесс, а на завершающем этапе подготовки к экзамену эффективно проводить диагностику недостатков и их устранение в усвоении отдельных тем путем решения серий конкретных задач. Задачи № 1–8 представлены заданиями, удовлетворяющими требованиям Федерального компонента государственного образовательного стандарта, содержат все основные типы заданий базового уровня, представленные в школьном курсе математики. ЕГЭ по математике ориентирован не только на контроль освоения элементов содержания курса, но и на проверку сформированности умений, навыков и видов деятельности, позволяющих применять полученные знания для решения познавательных проблем.

Задания № 9–19 предназначались для определения математической компетентности выпускников общеобразовательных организаций, реализующих программы среднего общего образования.

**Содержательный анализ заданий Части 1 (базовый уровень)**

При анализе результативности выполнения заданий в сравнении с прошлым годом необходимо учитывать, что только **51,3%** выпускников сдавали ЕГЭ по математике на профильном уровне.

***Задание №1***

Задание на проверку умения использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и в повседневной жизни и на проверку адекватности восприятия практико-ориентированных задач, изложенных неформализованным текстовым способом.

***Характеристика задания***

Задание, моделирующее реальную жизненную ситуацию.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| Для ремонта квартиры требуется 59 рулонов обоев. Сколько пачек обойного клея нужно купить, если одна пачка клея рассчитана на 8 рулонов? | В квартире установлен прибор учета расхода холодной воды (счетчик). Показания счетчика 1 января составляли 126 куб. м воды, а 1 февраля — 136 куб. м. Сколько нужно заплатить за холодную воду за январь, если стоимость 1 куб. м горячей воды составляет 29 руб. 20 коп.? Ответ дайте в рублях. |
| **Процент выполнения 92%** | **Процент выполнения 91%** |

Проверяемые умения в задании № 1 по кодификатору: анализировать реальные числовые данные; осуществлять практические расчеты по формулам, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах. Участники ЕГЭ должны были показать умение применения математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики и если необходимо, то интерпретировать результат с учетом реальных ограничений.

Только 9 % экзаменующихся не смогли решить эту задачу верно. Ряд ошибок мог бы быть замечен и исправлен, если бы участники экзамена сопоставили свой результат с реальностью.

Выполнение – 91%. Типичные ошибки связаны, в первую очередь, с неумением читать условие задачи, понимать логику задачи, а также с арифметическими ошибками.

***Задание №2***

С помощью диаграмм наиболее естественно отражаются функциональные зависимости одних величин от других. Задача на оценку умения считывать и анализировать графическую информацию. Задание на чтение диаграммы.

***Характеристика задания***

Задание, моделирующее реальную жизненную ситуацию.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Минске за каждый месяц 2003 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали – температура в градусах Цельсия. Определите по приведенной диаграмме наименьшую среднемесячную температуру. Ответ дайте в градусах Цельсия.C:\Users\lukkonen\Desktop\ЕГЭ 2015\1.jpeg | На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по приведенной диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в период с января по июнь 1994 года включительно. Ответ дайте в градусах Цельсия. |
| **Процент выполнения 95%** | **Процент выполнения 90%** |

Проверяемые в задании № 2 умения: определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции; находить по графику функции наибольшее и наименьшее значения; описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами и интерпретировать их графики; извлекать информацию, представленную на диаграммах.

Стабильно высокий уровень выполнения задания по «чтению диаграмм»обусловлен тем, что формирование и отработка умения считывать и анализировать графическую информацию ведется на протяжении всего изучения курса математики.

Задание выполнили 90,3% участников ЕГЭ, что несколько меньше, чем в 2015 году (95%). Это свидетельствует скорее о невнимательном прочтении условия задачи, связанным с тем, что необходимо выбрать наибольшее значение не из всех данных, представленных на диаграмме, а из указанного подмножества.

***Задание №3***

Задача на оценку способности участников ЕГЭ ориентироваться в простейших наглядных геометрических конструкциях. Данным заданием проверяется умение решать практические задачи, связанные с нахождением геометрической величины (площади).

***Характеристика задания***

Вычисление площади треугольника, изображенного на клетчатой бумаге.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| На клетчатой бумаге с размером клетки 1х1 изображена трапеция. Найдите ее площадь. **C:\Users\lukkonen\Desktop\ЕГЭ 2015\2.jpeg** | На клетчатой бумаге с размером клетки 1х1 изображен треугольник. Найдите его площадь.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

 |
| **Процент выполнения 88%** | **Процент выполнения 88%** |

Цель проверки — умение находить площади различных планиметрических фигур с использованием формул. Это базовая геометрическая задача, условие которой представлено на клетчатой бумаге, задающей единицу измерения. Результативность выполнения этого задания по сравнению с прошлым годом не изменилась. 88% экзаменующихся решили это геометрическое задание верно.

***Задание № 4***

Задание проверяет умение решать задачи, используя знания по комбинаторике, теории вероятностей и статистике.

***Характеристика задания***

Задача на вычисление вероятности события.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| Миша, Олег, Настя и Галя бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет не Галя. | На конференцию приехали 2 ученых из Дании, 7 из Польши и 3 из Венгрии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что четвертым окажется доклад ученого из Венгрии. |
| **Процент выполнения 88 %** | **Процент выполнения 80 %** |

Задание направлено на проверку сформированности умения моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий.

В этом году *текст* задачи на вычисление вероятности события немного сложнее, чем в прошлом, и как следствие незначительное уменьшение результативности ее решения. Вероятно, основной ошибкой является неверное прочтение условия задачи и нахождение вероятности другого события.

***Задание № 5***

Это задание проверяет умение решать простейшие дробные, показательные, логарифмические, иррациональные уравнения.

***Характеристика задания***

Решение простейшего иррациональное уравнения.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| Найдите корень уравнения $\frac{1}{3х-1}=5$ | Найдите корень уравнения $\sqrt{3х+49}=10$ |
| **Процент выполнения 82%** | **Процент выполнения 95%** |

Цель проверки — умение решать простейшие уравнения. Проверяемый учебный материал относится к курсу алгебры основной школы. Задачи такого типа традиционны на экзамене. Процент выполнения задания 95%, что значительно выше по сравнению с предыдущим годом, и объясняется тем, что решение простейших иррациональных уравнений достаточно четко алгоритмизировано.

***Задание № 6***

Задача направлена на оценку способности экзаменуемых ориентироваться в простейших наглядных геометрических конструкциях.

***Характеристика задания***

Задача по готовому чертежу, связанная с применением свойств описанного четырехугольника.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| Угол АСО равен 270, где О — центр окружности. Его сторона СА касается окружности. Сторона СО пересекает окружность в точке В. Найдите величину меньшей дуги АВ окружности. Ответ дайте в градусах.C:\Users\lukkonen\Desktop\ЕГЭ 2015\3.jpeg | В четырехугольник АВСD вписана окружность, АВ = 19, ВС = 7 и CD = 10. Найдите четвертую сторону четырехугольника.http://ok-t.ru/studopediaru/baza8/286953342668.files/image104.jpg |
| **Процент выполнения 66%** | **Процент выполнения 54%** |

Выполнение задания № 6 составляет 54%, что ниже, чем в прошлом году, но все же выше, чем в 2014 г. Уменьшение процента участников экзамена, успешно справившихся с решением простой планиметрической задачи, свидетельствует о том, что существенные пробелы в геометрической подготовке сохраняются у значительной доли учащихся. Следует обратить особое внимание на развитие геометрической интуиции, умения работать с чертежом, узнавать базовые геометрические конструкции. Цель проверки — знание свойства противолежащих сторон четырехугольника, описанного около окружности. Почти половина экзаменующихся не справилась с данной задачей, хотя при ее решении не требуется умение грамотно записывать решение и приводить обоснования, но необходимо знать конкретный геометрический факт, а также проводить простейшие вычисления.

***Задание № 7***

Задание на выполнение действий с функциями и производными функций, исследование функций.

***Характеристика задания***

По графику производной функции необходимо найти абсциссу точки, в которой касательная к графику функции параллельна прямой, заданной формулой вида *у = f(х)*.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| На рисунке изображен график функции у = f(x), определенной на интервале(–7;7). Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.C:\Users\lukkonen\Desktop\ЕГЭ 2015\4.jpeg | На рисунке изображен график функции у = f '(x) — производной функции f(х), определенной на интервале (–4; 6). Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции у = f(x) параллельна прямой у = –3х или совпадает с ней. C:\Users\Светлана\Desktop\008.jpg |
| **Процент выполнения 35%** | **Процент выполнения 42%** |

Цель проверки — умение выполнять действия с функцией и ее производной. Проверяемый учебный материал относится к курсу алгебры и математического анализа 10–11 классов. Задания этого типа направлены на проверку понимания экзаменующимися связи между свойствами функции и её производной. Выполнение заданий такого типа вызывает трудности у многих экзаменующихся, тем не менее, результативность выполнения в 2016 году увеличилась по сравнению с прошлым годом (с 35% до 42%). 58% выпускников не справились с решением. Ошибки связаны с незнанием теоретического материала, в частности уравнения касательной к графику функции, связи значения производной функции в точке касания и углового коэффициента касательной, факта равенства угловых коэффициентов параллельных прямых, или неумением применить этот материал.

***Задание № 8***

***Тип задания***

Задание на проверку умения решать стереометрическую задачу на нахождение геометрической величины.

***Характеристика задания***

Задача на нахождение объема многогранника.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| В правильной треугольной пирамиде боковое ребро равно 7, а сторона основания равна 10,5. Найдите высоту пирамиды. | Дана правильная четырехугольная призма ABCDA1B1C1D1, площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 7. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки А, В, С, А1, В1. |
| **Процент выполнения 27%** | **Процент выполнения 47%** |

В течение последних лет больше половины участников ЕГЭ не показывают умение решать стереометрические задачи. Процент выполнения зависит от содержания задачи. Хотя задача в этом году усложнена за счет того, что экзаменующимся необходимо понять/представить тело, объем которого надо вычислить, успешность выполнения задачи значительно возросла по сравнению с 2015 годом (с 27% до 47%). Вероятно, это связано с применением хорошо знакомых формул объема пирамиды и площади прямоугольника/квадрата. 53% выпускников, не справившихся с заданием № 8, допустили при выполнении много ошибок, из которых самыми массовыми, вероятно, являются: отсутствие видения геометрической конструкции; неумение выстроить многошаговое геометрическое рассуждение; фактические и вычислительные ошибки.

**Содержательный анализ заданий Части 2** (задания повышенного и высокого уровней сложности)

***Задание № 9***

Задание на тождественные преобразования разных типов выражений и нахождение значений этих выражений.

***Характеристика задания***

Задача на нахождение значения логарифмического выражения.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| Найдите значение выражения$$28^{-1,3}∙7^{2,3}: 4^{-0,3}$$ | Найдите значение выражения |
| **Процент выполнения 60%** | **Процент выполнения 58%** |

В этом году 58% участников ЕГЭ продемонстрировали умение выполнять преобразования логарифмического выражения и находить его значение. В прошлом году требовалось найти значение степенного выражения, и результат был приблизительно на том же уровне (60%). 42% экзаменующихся, не справившихся с выполнением данного задания, допустили ошибки в использовании формулы перехода к логарифму с другим основанием и вычислительные ошибки.

***Задание № 10***

Задача на описание с помощью формул различных реальных зависимостей между величинами, решение прикладных задач экономического, физического содержания.

***Характеристика задания***

Текстовая задача, моделирующая реальную физическую ситуацию зависимости скорости колебания груза на пружине от времени.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне Тn=200С, через радиатор пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды m=0,6 кг/с. Проходя по трубе расстояние х, вода охлаждается от начальной температуры Тв = 480С до температуры Т, причем $x= ∝∙\frac{cm}{γ}∙log\_{2}\frac{T\_{в- T\_{n}}}{T- T\_{n}}$ , где с = 4200 $\frac{Вт∙с}{кг∙С}$ — теплоемкость воды, $γ=63\frac{Вт}{м∙С}$ — коэффициент теплообмена, α = 1,4 — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 112 м. | Груз массой 0,4 кг колеблется на пружине. Его скорость ν (в м/с) меняется по закону $ν= ν\_{0}cos\frac{2πt}{T}$ , где t — время с момента начала наблюдения в секундах, T = 2 с — период колебаний, $ν\_{0}=0,5 м/с$ . Кинетическая энергия Е (в Дж) груза вычисляется по формуле $Е= \frac{mν^{2}}{2}$, где m — масса груза (в кг), ν — скорость груза (в м/с). Найдите кинетическую энергию груза через 60 секунд после начала наблюдения. Ответ дайте в джоулях. |
| **Процент выполнения 55%** | **Процент выполнения 61%** |

Для успешного решения этого задания необходимо уметь интерпретировать описание с помощью математических формул некоторого физического процесса, находить значение физической величины с помощью уравнения, верно оценить полученный результат.

В этом году предлагалась задача с физическим содержанием, сводящаяся к последовательному отысканию двух величин с помощью задающих их уравнений, при этом в вычислениях необходимо было воспользоваться периодичностью функции косинус. Почти 40% участников ЕГЭ с данным заданием не справились. Некоторые участники даже не приступили к решению, так как просто пугаются формул и не могут при анализе условия задачи сопоставить указанные величины. Для более успешного выполнения такого типа практико-ориентированных заданий учителю необходимо обратить внимание: 1) на усиление межпредметных связей в математике, 2) на анализ текста задачи как отдельный и важный этап процесса решения любой задачи.

***Задание № 11***

По кодификатору требований к уровню подготовки участников ЕГЭ эта задача на моделирование реальной ситуации на языке алгебры, составление уравнения или неравенства по условию задачи; исследование построенной модели с использованием аппарата алгебры.

***Характеристика задания***

Текстовая задача на «смеси».

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| От пристани А к пристани В, расстояние между которыми равно 220 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 9 часов после этого следом за ним со скоростью на 9 км/ч большей отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч. | Имеется два сосуда. Первый содержит 60 кг, а второй — 20 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 45% кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде? |
| **Процент выполнения 50%** | **Процент выполнения 42%** |

В данном задании проверяется умение строить и исследовать простейшие математические модели на примере решения текстовой задачи на «смеси». Проверяемый учебный материал относится к курсу алгебры. Процент выполнения (42%) свидетельствует о том, что более половины участников ЕГЭ не усваивают материал на должном уровне. В предыдущий год текстовая задача вызвала у обучающихся меньшие затруднения, так как задачи на «движение» для них традиционно менее сложны, чем задачи на «смеси и сплавы». В целом же уровень сформированности у экзаменующихся умения решать текстовые задачи оставляет желать лучшего. Несмотря на пролонгированность обучения решению задач в школьном курсе математики *общее* *умение* решать текстовые задачи у большинства так и не формируется, поэтому значительная часть участников экзамена заранее отказывается от их решения.

***Задание № 12***

***Характеристика задания***

Задание на выполнение действий с функциями и производными функций, исследование функций.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015:*** | ***Пример из КИМ-2016:*** |
| Найдите наименьшее значение функцииу=32tg x – 32x - 8π -4 на отрезке $\left[-\frac{π}{4};\frac{π}{4}\right]$ | Найдите точку минимума функции . |
| **Процент выполнения 39%** | **Процент выполнения 36%** |

Результат выполнения задания № 12 показывает, что число участников, которые смогли правильно применить стандартный алгоритм нахождения точки минимума (максимума) функции и использовать при этом формулы вычисления производной частного, суммы, степени и константы, незначительно уменьшилось по сравнению с прошлым годом (с 40% до 36%). Очевидно, алгоритм нахождения наименьшего значения функции является для части участников ЕГЭ более простым и поэтому усвоен на более высоком уровне.

**Выводы**

В целом, уровень сложности заданий № 1–12 не изменился по сравнению с 2015 годом. Если в прошлые годы доля базовых заданий была примерно такой же, как и заданий повышенного и высокого уровней сложности, то в экзаменационной работе 2016 года доля базовых заданий составляет только 25% от максимального первичного балла за все 19 заданий работы (по сравнению с 2015 годом снизилась еще на 1%). Следует отметить, что вся первая часть экзаменационной работы 2016 года была представлена стандартными задачами базового уровня сложности, требующими применения стандартных алгоритмов и навыка письменных и устных вычислений, осознанного чтения текста.

**Сравнение результатов выполнения заданий с кратким ответом в 2015 и 2016 гг***.*

Диаграмма 9

Вышеизложенное указывает на то, что приоритетными умениями, проверяемыми в ходе экзамена по математике (профильный уровень) в 2016 году, являются умения решать задачи на использование приобретенных знаний и умений в практической деятельности и повседневной жизни, подчеркивающие важность ориентации обучающихся на прикладную направленность предмета.

Из заданий двенадцати заданий семь заданий выполнены участниками на более низком уровне (диаграмма 9). Как отмечалось выше при анализе выполнения первой части КИМ–2016 (профильный уровень), уменьшилось число экзаменующихся, выполнивших задания № 4 (элементы теории вероятностей) и № 6 (планиметрия, вписанные окружности). В то же время с заданиями №№ 7, 8 успешно справилось большее число экзаменующихся, хотя этот процент по-прежнему не «дотягивает» до так называемого «коридора» ожидаемой решаемости заданий.

Задания с кратким ответом второй части КИМ–2016 (№№ 9–12) выполнены участниками экзамена несколько хуже, чем в 2015 г. Рост доли экзаменующихся, справившихся с решением, наблюдается только в задании 10 практической направленности. Из остальных заданий более существенный спад процента выполнения имеется в задании № 11 (текстовая задача).

Задания № 13–19 направлены на ранжирование абитуриентов по уровню математической подготовки с учетом требований различных вузов. В указанных заданиях сделан акцент:

* на проверку владения алгебраическим аппаратом;
* на проверку освоения базовых идей математического анализа;
* на проверку умения логически грамотно излагать свои аргументы;
* на оценку уровня сформированности геометрических представлений, умения анализировать геометрическую конструкцию;
* на проверку умения строить и исследовать математические модели;
* на проверку умение решать задачи повышенного и высокого уровней сложности, комбинируя различные изученные методы в незнакомых ситуациях.

Задания 13–17 являются заданиями повышенного уровня, 18 и 19 — высокого уровня.

В **задании 13** при сохранении тематики предыдущих лет выделены два содержательных пункта, предполагающих: а) решение логарифмического уравнения и б) отбор корней на данном промежутке.

**Задание 14** представляло собой стереометрическую задачу на доказательство и нахождение геометрической величины (расстояния от точки до плоскости).

**Задание 15 —** решение дробно-показательного неравенства.

**Задание 16** сохраняет структуру аналогичного задания 18 КИМ–2015 и включает два вопроса к задаче: доказать утверждение (параллельность прямых) и найти отношение геометрических величин (длин отрезков).

**Задание 17** представляло задачу экономико-финансовой направленности.

**Задание 18 —** задача с параметром; так же, как и в прошлые годы, по своей постановке было алгебраическим, однако в процессе решения могли привлекаться функциональные и наглядно-геометрические представления.

**Задание 19**,с одной стороны, доступно ученикам основной школы, а с другой стороны, для его решения требовалась не столько формальная математическая образованность, сколько общая математическая культура, то есть сформированная привычка самостоятельно ориентироваться в математической ситуации, строить и исследовать математические модели. При сохранении общей тематической направленности задания используется подход, при котором задание разбивается на систему усложняющихся вопросов. Таким образом, сама формулировка задания предлагает участникам ЕГЭ некоторый путь, по которому можно продвигаться шаг за шагом в решении сложного задания.

В 2016 году в структуре заданий КИМ ЕГЭ по математике (профильный уровень) с развёрнутым ответом и критериях оценивания их выполнения произошли совсем небольшие изменения. В основном они коснулись нумерации задач (таблица 5).

**Соответствие номеров заданий в КИМ–2015 и КИМ–2016**

Таблица 5

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Нумерация заданий | Общий балл |
| 2015 г. (7 заданий) | № 15 | № 16 | № 17 | № 18 | № 19 | № 20 | № 21 |  |
| Максимальный балл | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 20 |
| 2016 г. (7 заданий) | № 13 | № 14 | № 15 | № 16 | № 17 | № 18 | № 19 |  |
| Максимальный балл | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 20 |

Тематическая принадлежность заданий осталась в основном неизменной. Размещение в одном столбце приведённой таблицы 5 заданий, соответственно, №15 и №13, №16 и №14, № 21 и №19 подчеркивает совпадение общей тематики этих заданий. А именно, в 2016 году, задание №13 — уравнение, №14 — стереометрия, №15 — неравенство, №16 — планиметрия, №17 — текстовая задача экономического содержания, №18 — задание с параметром, №19 — дискретная математика, не связанная напрямую с элементами школьного курса математики.

В целом, продолжена тенденция на разделение этого типа заданий по пунктам а), б), … Она была начата в 2011 году с задания С6, продолжена в 2012 г. в задании С1 и в 2014 г. в задании С4. Практика использования такого разбиения на подзадачи показала, что оно способствует более точному и унифицированному выставлению баллов от нуля до максимального в каждом конкретном случае.

Общие позиции и характер оценивания выполнения заданий в целом повторяют прошлогодние. Небольшие видоизменения и корректировки формулировок в содержании критериев оценивания для конкретного задания могут иметь место в тех случаях, когда необходимость подобного рода уточнений диктуется содержанием и структурой самого задания.

К выполнению заданий с развёрнутым ответом приступили более половины участников экзамена. Как видно из таблицы 6, диапазон выполнения заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности от 0,6% до 33,3%. Задания с развернутым ответом обладают высокой диагностической и дифференцирующей способностью и позволяют выявить сформированность умений комплексного использования знаний.

Треть участников справились с решением тригонометрического уравнения с отбором корней на промежутке, что лучше, чем в прошлом году, почти на 10%.

Более 10% экзаменующихся успешно решили дробно-показательное неравенство (задание № 15, 17,2%) и задачей экономико-финансового содержания (задание № 17, 11,8%). Все остальные задания Части 2 с развернутым ответом вызывают у большинства участников ЕГЭ трудности, и их могут решать практически только выпускники математических классов.

Как и в прошлом году, не наблюдается значительных отличий в результативности выполнения заданий по геометрии, большинство участников экзамена не продемонстрировали умение решать геометрические задачи повышенного уровня сложности. Задание № 14 решили 40 экзаменующихся, которые получили максимальный балл. Надо отметить, что в 2016 году увеличилась результативность решения планиметрической задачи № 16 (1,3%) по сравнению с 2015 (0,05%) и с 2014 (0,6%) годами. Двадцать два участника экзамена смогли правильно решить эту задачу, против одного в 2015 году.

**Решаемость заданий № 13–19 выпускниками общеобразовательных организаций**

Таблица 6

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Уровеньзадания | Контролируемые элементы | Процент выполненияв 2016 году | Процент выполненияв 2015 году |
| 13 | П | Умение решать тригонометрическое уравнение с отбором корней | 33,3 | 23,9 |
| 14 | П | Умение решать стереометрическую задачу | 2,3 | 2,2 |
| 15 | П | Умение решать дробно-показательное неравенство | 17,2 | 6,0 |
| 16 | П | Умение решать планиметрическую задачу | 1,3 | 0,05 |
| 17 | П | Умение строить и исследовать простейшие математические модели | 11,8 | 1,4 |
| 18 | В | Умение решать систему уравнений с параметром | 0,3 | 0,2 |
| 19 | В | Умение строить и исследовать простейшие математические модели | 0,6 | 0 |

Задание № 18 выполнено несколько лучше — 0,3%. Задание № 19 в 2015 году не решил никто (только 1 человек получил 3 балла), в 2016 году с этим заданием справились 10 человек.

Анализ приведенных данных позволяет констатировать, что для всех участников ЕГЭ алгебраическая составляющая школьного курса математики по-прежнему доминирует над геометрической.

**Рассмотрим содержание заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности**

***Задание № 13***

***Характеристика задания***

Решение тригонометрического уравнения с отбором корней на промежутке.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания:***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| а) Решите уравнение$$\cos(2x-5\sqrt{2}) cosx-5=0$$б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3π;-\frac{3π}{2}\right]$ | а) Решите уравнение$$2log\_{3}^{2} \left(2cosx\right)-5log\_{3}\left(2cosx\right)+2=0$$б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[π;-\frac{5π}{2}\right]$. |
| **Процент выполнения 23,9%** | **Процент выполнения 33,3%** |

Задания № 13 занимают одну из важнейших позиций в структуре КИМ. Успешность выполнения заданий этого типа является характеристическим свойством, различающим базовый и профильный уровни подготовки участников ЕГЭ. Поэтому при подготовке к экзамену решению заданий подобного уровня следует уделять много внимания.

Выделение решения уравнения в отдельный пункт *а* прямо указывает участникам экзамена на необходимость полного решения предложенного уравнения: при отсутствии в тексте конкретной работы ответа на вопрос п. *а* задание № 13 следует оценивать не более чем 1 баллом.

В 2016 году при оценивании выполнения задания № 13 сохранена та же структура, что и в прошлом году. Даже в тех случаях, когда единственная вычислительная ошибка (описка) стала причиной того, что неверны оба ответа, полученные при выполнении п. *а* и п. *б,* допускается ставить 1 балл.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах | 2 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИполучены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов — пункта *а* и пункта *б* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

В 2016 году задание № 13, требующее умения решать тригонометрическое уравнение и обнаруживающее способность проводить отбор корней на заданном промежутке, оказалось объективно труднее, так как в нем аргумент квадратичной функции является сложной функцией: тригонометрическая функция является, в свою очередь, аргументом логарифмической функции. В демоверсии такой вариант задания не рассматривался. Несмотря на это, процент выполнения задания увеличился почти на 10 (с 23,9% в 2015 г.). Решение этой задачи по силам большинству хорошо успевающих по математике выпускников.

Типичные ошибки:

* не учтена область определения логарифмической функции;
* незнание формул нахождения корней простейшего тригонометрического уравнения;
* неумение отбирать корни уравнения на заданном отрезке;
* вычислительные ошибки.

***Задание № 14***

***Характеристика задания***

Стереометрическая задача на доказательство и нахождение расстояния от точки до плоскости сечения правильной треугольной призмы.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| В правильной треугольной пирамиде SABC сторона основания АВ равна 24, а боковое ребро SAравно 19. Точки M и N- середины ребер SA и SB соответственно. Плоскость α содержит прямую MN и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.а) Докажите, что плоскость α делит медиану СЕ основания в отношении 5:1, считая от точки С.б) Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды SABC плоскостью α. | В правильной треугольной призме ABCА1В1С1 сторона АВ основания равна 6, а боковое ребро AА1 равно 3. На ребре АВ отмечена точка К так, что АК = 1. Точки M и L — середины ребер А1С1 и В1С1 соответственно. Плоскость γ параллельна прямой АС и содержит точки К и L.а) Докажите, что прямая ВМ перпендикулярна плоскости γ.б) Найдите расстояние от точки С до плоскости γ. |
| **Процент выполнения 2,2%** | **Процент выполнения 2,3%** |

Задания № 14 являются практически полным аналогом заданий С2 КИМ предыдущих лет. Стереометрическая задача позиционируется как задача для большинства успевающих учеников, а не только для избранных. В связи с этим в КИМах предлагается достаточно простая задача по стереометрии, решить которую возможно с минимальным количеством геометрических построений и технических вычислений. Итак, в заданиях № 14 прежними остались уровень сложности, тематическая принадлежность (геометрия многогранников) и максимальный балл (2 балла) за их выполнение.

Как и в 2015 году вопрос разделён на пункты *а* и *б* примерно так же, как и предыдущее задание № 13. Соответственно уточнился и общий характер оценивания выполнения решений. Для получения 2 баллов нужно, чтобы выполнялись два условия одновременно (конъюнкция), а для получения 1 балла хватает выполнения хотя бы одного из этих условий (дизъюнкция).

В 2016 году разработаны следующие критерии оценивания выполнения задания № 14.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* Иобоснованно получен верный ответ в пункте *б* | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

Стабильно невысокие результаты фиксируются при решении стереометрической задачи. Это косвенно свидетельствует о недостаточном уровне освоения экзаменующимися сложной темы геометрии «Сечения многогранников». С этой задачей справились только 2,3% участников, чуть больше, чем в прошлом году. Следовательно, учителям нужно уделять больше внимания решению геометрических задач различными методами и показывая применение малоизвестных формул при решении задач.

Статистический анализ данных показывает, что характер выполнения задания № 14 четко дифференцирует участников ЕГЭ с высоким и повышенным уровнем математической подготовки. Следует отметить, что задача оказалась непосильной для группы экзаменующихся с базовым уровнем подготовки.

Типичные ошибки:

* неверное построение сечения призмы плоскостью;
* незнание признака перпендикулярности прямой и плоскости;
* неумение изобразить расстояние от точки до плоскости;
* вычислительные ошибки.

***Задание № 15***

***Характеристика задания***

Решение дробно-показательного неравенства.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| Решите неравенство$$\frac{7-2∙2^{х}}{4^{х}- 12∙2^{х }+32} \geq 0,25$$ | Решите неравенство$$\frac{25^{х}-5^{х+2}+26}{5^{х}- 1}+\frac{25^{х}-7∙5^{х}+1}{5^{х}-7}\leq 2∙5^{х}-24$$ |
| **Процент выполнения 6,0%** | **Процент выполнения 17,2%** |

В КИМ 2011–2014 гг. была система двух неравенств, а в 2015 и 2016 году заявлено решение одного неравенства. Грубо говоря, задание № 15 «в два раза» проще прежнего задания С3. При переходе к решению одного неравенства поле возможностей при выставлении 0, или 1, или 2 баллов несколько расширяется. В данном случае оценка «1 балл» не есть половина оценки «2 балла». Один балл ставится, если задача почти решена. Для получения 1 балла за выполнение задания № 15 необходимо получение итогового ответа и наличие верной последовательности всех шагов решения.

В 2016 году разработаны следующие критерии оценивания выполнения задания № 15.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ  | 2 |
| Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного включением/ исключением точек *х* = ..., *х* = ... ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения  | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *2* |

В 2016 году почти 300 участников экзамена получили максимальный балл. Часть экзаменующихся смогли набрать за решение только 1 балл, получив неверный ответ из-за вычислительной ошибки.

Типичные ошибки:

* неумение решить показательное неравенство;
* ошибки при решении неравенства методом интервалов;
* ошибки в решении квадратных неравенств;
* ошибки в тождественных преобразованиях выражения;
* вычислительные ошибки.

Все выпускники с высоким уровнем математической подготовкиполучили ненулевые баллы за решение этого задания, причем 75% экзаменуемых — максимальный балл. К решению неравенства приступали и выпускники с повышенным уровнем подготовки.

***Задание № 16***

***Характеристика задания***

Задача на доказательство и вычисление отношения геометрических величин в условиях проведения двух высот остроугольного треугольника.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| Две окружности качаются внутренним образом в точке А, причем меньшая проходит через центр большей. Хорда ВС большей окружности касается меньшей в точке Р. Хорды АВ и АС пересекают меньшую окружность в точках К и М соответственно.а) докажите, что прямые КМ и ВС параллельны.б) Пусть L точка пересечения отрезков КМ и АР. Найдите AL, если радиус большей окружности равен 10, а ВС =12. | В остроугольном треугольнике АВС проведены высоты АК и СМ. На них из точек М и К опущены перпендикуляры МЕ и КН соответственно.а) Докажите, что прямые ЕН и АС параллельны.б) Найдите отношение ЕН и АС, если угол АВС равен 30˚. |
| **Процент выполнения 0%** | **Процент выполнения 1,3%** |

В планиметрических заданиях заметное структурное и содержательное изменение произошло в 2014 году. В пункте *а* теперь нужно **доказать** геометрический факт, в пункте *б* — найти (вычислить) геометрическую величину. С точки зрения разработчиков включение проверяемого элемента на доказательство в задание 16 должно повысить уровень подготовки. Кроме того, такое доказательство является естественным продолжением практики использования заданий на доказательство при проведении государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования. По фактическим данным выполнения задание 16 является границей, разделяющий высокий и повышенный уровни подготовки участников ЕГЭ.

В 2016 году изменений в структуре и тематическом содержании этих заданий нет. С учетом опыта проведения ЕГЭ–2015 небольшая корректировка проведена лишь в критериях выставления 1 и 2 баллов.

Критерии оценивания задания № 16 в 2016 году приведены в таблице.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б* | 3 |
| Обоснованно получен верный ответ в пункте *б* ИЛИимеется верное доказательство утверждения пункта *а* и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки | 2 |
| Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*,ИЛИпри обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,ИЛИобоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *3* |

Анализ выполнения соответствующего задания экзаменационной работы позволяет сделать вывод о том, что почти для всех экзаменующихся, приступивших к решению данного задания, задача оказалось непосильной. Только 22 человека решили задание правильно.

Типичные ошибки:

* неверное построение чертежа;
* ошибки применения основного и дополнительного теоретического материала курса геометрии при доказательстве;
* ошибки вычислений и расчетов по формулам.

***Задание 17***

***Характеристика задания***

Умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни. Решение задачи экономико-финансовой направленности.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| 15-го января планируется взять кредит в банке на 39 месяцев. Условия возврата таковы: - 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца; - со 2-го по 14–е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; - 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r. | 15 января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн. рублей. Условия его возврата таковы: — 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — **целое** число; — со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; — 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Дата | 15.01 | 15.02 | 15.03 | 15.04 | 15.05 | 15.06 | 15.07 |
| Долг(в млн. рублей) | 1 | 0,6 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0 |

Найдите наибольшее значение r, при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн. рублей. |
| **Процент выполнения 1,4%** | **Процент выполнения 11,8%** |

Введение текстовых задач экономического содержания в ЕГЭ–2016 по математике стало, пожалуй, наиболее заметным изменением во всем комплексе заданий КИМ с развернутым ответом. Во всех заданиях этого типа предыдущих лет условие с самого начала формулировалось в математических терминах и отдельно не предполагало построения какой-либо математической модели (частично этот момент мог присутствовать в некоторых способах решения заданий С5 с параметром). Некоторое исключение составляло задание С6, в котором явно текстовое, сюжетное, условие задачи на начальном этапе решения предполагало некоторый перевод на математический язык. Правда, сами тексты условий чаще всего уже активно использовали математическую терминологию: числа, записанные на доске, делимость, доли и дроби, средние величины и т.п.

В заданиях № 17 существенно усилена сюжетная, практико-ориентированная, составляющая условия. Сами сюжеты не есть прямые цитаты «из жизни», они априорно уже являются некоторыми текстовыми упрощениями, моделями, реально возникающих ситуаций. Эти сюжеты условно можно разделить на два типа, использующих соответственно дискретные модели (проценты, погашения кредитов и т.п.) и непрерывные модели (различные производства, протяженные во времени, объемы продукции и т.п.).

Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведен до верного решения. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (алгебраической, геометрической, функциональной, …) модели.

Способов верного решения заданий этого типа не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен стиль, приближенный к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод, использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).

Процитируем критерии оценивания выполнения заданий № 17.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получен верный ответ | 3 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат:— неверный ответ из-за вычислительной ошибки;— верный ответ, но решение недостаточно обосновано | 2 |
| Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *3* |

Один балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условия выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.

К заданиям **повышенного уровня** относились задания второй части 18 и 19 с развернутым ответом. Максимальный балл (4 балла) получают около 1% участников. Эти задания предназначены для конкурсного отбора в вузы с повышенными требованиями к математической подготовке абитуриентов.

Задания высокого уровня сложности — это задания не на применение одного метода решения, а на комбинацию различных методов. Для успешного выполнения задания 18 необходим, кроме прочных математических знаний, также высокий уровень математической культуры, которая формируется в течение двух лет обучения по программе профильного уровня

***Задание 18***

***Характеристика задания***

Задача на решение уравнения с параметром.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| Найдите все значения а, при которых система уравнений $$\left\{\begin{array}{c}х^{2 }-2х+у^{2}-4у=2\left|х+2у-5\right|\\2х-у=а\end{array}\right.$$имеет более двух решений. | Найдите все значения а, при каждом из которых уравнение $$\sqrt{х^{4}-х^{2}+а^{2}}=х^{2}+х-а$$имеет ровно три различных корня. |
| **Процент выполнения 0,2%** | **Процент выполнения 0,3%** |

Задания высокого уровня сложности призваны выделить выпускников, в наибольшей степени овладевших содержанием учебного предмета, ориентированных на получение высшего профессионального образования в областях, связанных с математикой, то есть абитуриентов ведущих технических вузов.

Задачи с параметром допускают весьма разнообразные способы решения. Наиболее распространенными из них являются:

– чисто алгебраический способ решения;

– способ решения, основанный на построении и исследовании геометрической модели данной задачи;

– функциональный способ, в котором могут быть и алгебраические, и геометрические моменты, но базовым является исследование некоторой функции.

Зачастую (но далеко не всегда) графический метод более ясно ведет к цели. Кроме того, в конкретном тексте решения вполне могут встречаться элементы каждого из трех перечисленных способов.

Критерии оценивания в 2016 году приведены в таблице.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Обоснованно получен правильный ответ | 4 |
| С помощью верного рассуждения получено множество значений *a*, отличающееся от искомого конечным числом точек | 3 |
| С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений *a* | 2 |
| Верно найдена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений *a* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |
| *Максимальный балл* | *4* |

Задание № 18 оказалось самым сложным заданием части 2. И хотя в УМК нового поколения включены специальные разделы, посвященные методам решения задач такого типа, задания с параметром по-прежнему могут быть отнесены к разряду трудно решаемых задач. Только 5 человек получили максимальные 4 балла. Даже для выпускников математических классов, имеющих достаточный опыт решения задач с параметрами, задание оказалось очень трудным.

Типичные ошибки:

* ошибки в построении графиков уравнений;
* ошибки в анализе исследования геометрической модели;
* неверная оценка значений параметра;
* ошибки в оценке равносильности уравнений;
* вычислительные ошибки.

***Задание 19***

***Характеристика задания***

Задача, связанная со свойствами чисел.

***Статистика и краткий анализ выполнения задания***

|  |  |
| --- | --- |
| ***Пример из КИМ-2015*** | ***Пример из КИМ-2016*** |
| Ученики одной школы писали тест. Результатом каждого ученика является целое неотрицательное число баллов. Ученик считается сдавшим тест, если он набрал не менее 73 баллов. Из-за того, что задания оказались слишком трудными, было принято решение всем участникам теста добавить по 5 баллов, благодаря чему количество сдавших тест увеличилось.а) могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, не сдавших тест, понизился?б) могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, сдавших тест, понизился и средний балл участников, не сдавших тест, тоже понизился?в) Известно, что первоначально средний балл участников теста составил 80, средний балл участников, сдавших тест, составил 90, а средний балл участников, не сдавших тест, составил 65. После добавления баллов средний балл участников, сдавших тест, стал равен 93, а не сдавших тест – 69. При каком наименьшем числе участников теста возможна такая ситуация? | На доске написаны числа 2 и 3. За один ход два числа а и b, записанные на доске, заменяются на два числа: или а + b и 2а – 1, или а + b и 2b – 1 (например, из чисел 2 и 3 можно получить либо 3 и 5, либо 5 и 5).а) Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из двух чисел, написанных на доске, окажется числом 19.б) Может ли после 100 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 200?в) Сделали 1007 ходов, причем на доске никогда не было одновременно двух равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученных чисел? |
| **Процент выполнения 0%** | **Процент выполнения 0,6%** |

Для успешного выполнения задания 19 необходимо уметь осуществлять поиск решения, выбирая различные подходы из числа известных, модифицируя изученные методы. Содержательно задание № 19 проверяет в первую очередь не уровень математической (школьной) образованности, а уровень математической культуры. Вопрос формирования соответствующей культуры — вещь деликатная и, в целом, формируемая на протяжении нескольких лет.

В то же время, изменения в формате ЕГЭ связаны, в частности, с тем, что это задание по своему тематическому содержанию стало элементарнее, а для его решения достаточно простейших сведений. По этой причине, например, в ЕГЭ–2015 даже в весьма средней группе с первичным баллом от 11 до 14 положительные баллы за выполнение такого задания получили 7,2% участников, т.е. оно перестало отпугивать участников экзамена.

В связи этим хотелось бы подчеркнуть, что никаких фактов из теории чисел типа теоремы Вильсона, чисел Мерсенна, малой теоремы Ферма, теории сравнений и т.п. для решения этих заданий не требуется. Тот, кто эти факты знает, разумеется, может их использовать, но при решении всегда можно обойтись и без них.

Участники ЕГЭ при выполнении этого задания должны продемонстрировать умение строить и исследовать простейшие математические модели. Задание С6 высокого уровня сложности было составлено таким образом, что, с одной стороны, тематически оно вполне было доступно всем участникам экзамена, а с другой стороны, для его решения требовалась не столько формальная математическая образованность (знание терминов, формул, правил, готовых алгоритмов), сколько общая математическая культура, т.е. сформированная привычка самостоятельно ориентироваться в математической ситуации, строить и исследовать простые математические модели).

Условия задания № 19, как и прежних заданий С6, разбиты на пункты. По существу, задача разбита на ряд подзадач (частных случаев), последовательно решая которые можно в итоге справиться с ситуацией в целом. Как правило, решение п. *а* весьма несложно и использует умение сконструировать некоторый конкретный пример. В соответствии с таким делением условий критерии, начиная с 2011 года, стали более формализованными. Их текст практически никак не использует тематическую или содержательную фабулу конкретной задачи. Такие изменения были предприняты для большей согласованности и унификации выставляемых экспертами оценок.

Критерии оценивания в 2016 году приведены в таблице.

|  |  |
| --- | --- |
| Содержание критерия | Баллы |
| Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты | 4 |
| Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов | 3 |
| Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов | 2 |
| Верно получен один из следующих результатов:— обоснованное решение п. *а*;— обоснованное решение п. *б*;— обоснованная оценка количества задуманных чисел в п. *в*;— оба набора задуманных чисел в п. *в* | 1 |
| Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |

В 2015 году никто не решил задачу правильно, 1 человек недостаточно обосновал полученные результаты и получил 3 балла, 236 человек значительно продвинулись в решении и получили 1 или 2 балла. Участники экзамена 2016 года решили эту задачу несколько лучше — 10 человек получили максимальный балл.

**ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ**

Анализ данных о результатах выполнения заданий ЕГЭ 2016 года по математике (профильный уровень) показывает, что контрольные измерительные материалы в целом соответствуют целям и задачам проведения экзамена, позволяют дифференцировать участников ЕГЭ с различной мотивацией и уровнем подготовки по ключевым разделам курса математики на базовом и профильном уровне.

* Всего единый государственный экзамен по математике (профильный уровень) сдавали 1741 человек, из них 1635 выпускников средних общеобразовательных организаций.
* Доля выпускников, не преодолевших минимальный порог (27 баллов), составила 16,2%, что несколько выше, чем в 2015 году.
* Результаты ЕГЭ 2016 года показали, что 21,6% участников ЕГЭ демонстрируют высокий и повышенный уровни математической подготовки (набрали от 70 до 100 баллов), которые позволяют обеспечить успешность обучения в вузе. Таким образом, эти участники освоили основные разделы школьного курса математики, овладели базовыми математическими компетенциями, необходимыми в обычной жизни и для продолжения образования по выбранному профилю.
* Участники ЕГЭ, которые получили наивысшие баллы за экзамен, в основном являются представителями общеобразовательных учреждений повышенного статуса или городских школ.
* Анализ результатов единого государственного экзамена 2016 года позволяет констатировать, что используемые контрольные измерительные материалы позволяют получить объективную картину состояния математической подготовки участников, сдававших экзамен, и осуществить дифференциацию экзаменуемых по уровню и качеству их подготовки для проведения вступительных испытаний и зачисления в учреждения среднего и высшего профессионального образования.
* Наблюдаемая тенденция некоторого активного решения экзаменующимися части 2 в 2016 году обусловлена в значительной степени тем, что они были мотивированы на продуктивную подготовку к экзамену. На результаты экзамена также повлиял и тот факт, что в течение учебного года ученики и учителя имели доступ к Открытому банку задач, что помогло организовать целенаправленную подготовку учащихся к экзамену.
* Проблемы в математическом образовании участников экзамена, не набравших минимального балла, во многом связаны с плохим освоением основной образовательной программы основного общего образования. На уровне образовательных организаций следует уделять больше внимания своевременному выявлению учащихся, имеющих слабую математическую подготовку, диагностике доминирующих факторов их неуспешности.
* Анализ итогов ЕГЭ 2016 г. показывает, что недостаток вычислительной культуры не только сказывается на выполнении заданий по алгебре, но и приводит к неверным ответам в других заданиях части 1 и потере баллов за выполнение заданий части 2. Учителям следует обратить внимание на отработку безошибочного выполнения тождественных преобразований и вычислений (в том числе на умение найти ошибку) практически всеми группами обучающихся.
* Как и в предыдущие годы, участники ЕГЭ 2016 года в целом показали невысокие результаты при решении геометрических задач повышенного уровня. Многие экзаменующиеся вообще не приступают к решению геометрических задач не только повышенного уровня, но и базового. Эти результаты отражают ситуацию, сложившуюся в школе, которая была явно неблагоприятна по отношению к изучению геометрии в течение многих лет и пока существенной положительной динамики не наблюдается.

Приложение

**Основные характеристики экзаменационной работы ЕГЭ 2016 г. по МАТЕМАТИКЕ (профильный уровень)**

| №п/п | Проверяемые требования (умения) | Уровень сложности задания | Максимальный балл за выполнение задания | Средний процент выполнения |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| РеспубликаКарелия | Российская Федерация |
| 1 | Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | Б | 1 | 90,9% | 91,4% |
| 2 | Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | Б | 1 | 90,3% | 94,2% |
| 3 | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами | Б | 1 | 88,4% | 89,6% |
| 4 | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели | Б | 1 | 79,5% | 75,6% |
| 5 | Уметь решать уравнения и неравенства | Б | 1 | 94,6% | 90,7% |
| 6 | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами | Б | 1 | 53,8% | 78,8% |
| 7 | Уметь выполнять действия с функциями | Б | 1 | 42,4% | 50,7% |
| 8 | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами | Б | 1 | 46,7% | 51,5% |
| 9 | Уметь выполнять вычисления и преобразования | П | 1 | 58,4% | 59,1% |
| 10 | Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | П | 1 | 61,3% | 38,5% |
| 11 | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели | П | 1 | 42,2% | 38,4% |
| 12 | Уметь выполнять действия с функциями | П | 1 | 36,4% | 44,9% |
| 13 | Уметь решать уравнения и неравенства | П | 2 | 1 б. | 10,8% | 1 б. | 11,1% |
| 2 б. | 32,9% | 2 б. | 40,8% |
| 14 | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами | П | 2 | 1 б. | 8,3% | 1 б. | 4,6% |
| 2 б. | 2,3% | 2 б. | 1,2% |
| 15 | Уметь решать уравнения и неравенства | П | 2 | 1 б. | 4,5% | 1 б. | 4,6% |
| 2 б. | 17,0% | 2 б. | 10,5% |
| 16 | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами | П | 3 | 1 б. | 2,2% | 1 б. | 1,6% |
| 2 б. | 0,3% | 2 б. | 0,3% |
| 3 б. | 1,3% | 3 б. | 0,9% |
| 17 | Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни | П | 3 | 1 б. | 3,3% | 1 б. | 2,7% |
| 2 б. | 2,2% | 2 б. | 2,4% |
| 3 б. | 11,8% | 3 б. | 7,8% |
| 18 | Уметь решать уравнения и неравенства | В | 4 | 1 б. | 1,8% | 1 б. | 2,3% |
| 2 б. | 0,4% | 2 б. | 1% |
| 3 б. | 0,1% | 3 б. | <1% |
| 4 б. | 0,3% | 4 б. | 1% |
| 19 | Уметь строить и исследовать простейшие математические модели | В | 4 | 1 б. | 23% | 1 б. | 23,6% |
| 2 б. | 4,9% | 2 б. | 4,8% |
| 3 б. | 0,6% | 3 б. | <1% |
| 4 б. | 0,6% | 4 б. | <1% |

ГАУ РК «ЦОКО» выражает благодарность доценту кафедры теории и методики начального образования Института педагогики и психологии федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Петрозаводский государственный университет» Смирновой С.И. за представленный анализ по содержанию заданий.